–SP6–

Circuits linéaires du premier ordre

Sommaire

6.1 Propriétés des composants : le condensateur et la bobine 2
6.1.1 Condensateur 2
6.1.2 Bobine 3
6.2 Étude d'un système concret 4
6.2.1 Présentation 4
6.2.2 Étude expérimentale 4
6.2.3 Modélisation 6
6.3 Évolution des circuits linéaires du premier ordre 7
6.3.1 Propriétés des composants 7
6.3.2 Exemple de résolution 8
6.3.3 Portrait de phase 10
6.3.4 Bilan de puissance et d'énergie 10
6.3.5 Exemple d'un circuit RL 11

Questions de cours :

- Présenter le condensateur : composant, relation constitutive, énergie stockée, modélisation en régime permanent.
- Présenter la bobine : composant, relation constitutive, énergie stockée, modélisation en régime permanent.
- Sur l'exemple d'un circuit RC branché à un générateur de tension continue de fém E, déterminer l'équation différentielle vérifiée par u_c et la résoudre soigneusement lorsque le circuit est soumis à un échelon de tension.
- Sur l'exemple d'un circuit RL en série initialement alimenté par un générateur de tension continue de fém E, présenter le régime libre : équation différentielle, justification de la condition initiale et détermination de $i(t)$.

Capacités exigibles du BO :

- Citer les ordres de grandeurs des composants L et C.
- Exprimer l'énergie stockée dans un condensateur ou une bobine.
- Réaliser pour un circuit l'acquisition d'un régime transitoire du premier ordre et analyser ses caractéristiques. Confronter les résultats expérimentaux aux expressions théoriques.
- Distinguer, sur un relevé expérimental, régime transitoire et régime permanent au cours de l'évolution d'un système du premier ordre soumis à un échelon.
- Interpréter et utiliser les continuités de la tension aux bornes d'un condensateur ou de l'intensité dans une bobine. Déterminer les grandeurs électriques en régime permanent en remplaçant les bobines et les condensateurs par des interrupteurs fermés ou ouverts.
- Établir l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par une grandeur électrique dans un circuit comportant une ou deux mailles.
- Prévoir l'évolution du système, avant toute résolution de l'équation différentielle, à partir d'une analyse s'appuyant sur une représentation graphique de la dérivée temporelle de la grandeur en fonction de cette grandeur.
- Déterminer analytiquement la réponse temporelle dans le cas d'un régime libre ou d'un échelon.
- Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire.
- Réaliser des bilans énergétiques.

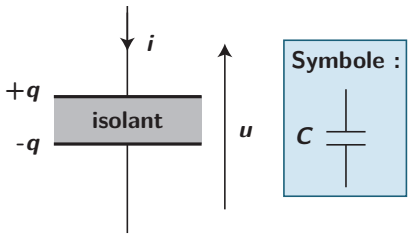
Manipulations de cours :

- Manip charge/décharge d'un condensateur avec influence de la valeur de R, de C.
- Manip évoution de $i(t)$ pour un circuit RL.

On s'est intéressés dans le chapitre précédent à l'établissement des relations fondamentales en électricité, ainsi qu'à l'étude de composants électroniques les plus usuels. Néanmoins il en reste deux parmi les plus utilisés (dans les ordinateurs par exemple) : les condensateurs et inductances, dont on va voir qu'ils peuvent stocker de l'énergie et conduisent à des comportements spécifiques au sein de circuits électriques : ils sont en particulier régis par des équations différentielles du premier ordre, d'où l'appellation de circuits « du premier ordre ».

I. Propriétés des composants : le condensateur et la bobine

I.1 Condensateur



Un **condensateur**, est un dipôle constitué de deux armatures métalliques séparées par un isolant électrique. Si une tension est appliquée à ses bornes, des charges $\pm q$ apparaissent sur ses armatures. En effet, en reliant le condensateur à un générateur, on observe brièvement un courant en sortie de ce dernier, signe d'un déplacement de charges. Celles-ci ne pouvant traverser l'isolant, elles s'accumulent sur les armatures jusqu'à ce que la répulsion entre particules de même charge soit trop importante.

Définition : capacité d'un condensateur

On définit la **capacité** C d'un condensateur comme le lien entre la tension appliquée et la charge électrique accumulée sur chaque armature selon la loi (**en convention récepteur**)

$$q = Cu \tag{6.1}$$

Elle est exprimée en farad (symbole F). Elle dépend de l'isolant, de la surface des armatures ainsi que de l'espacement entre celles-ci. Elle prend typiquement des valeurs allant du pF au F.

À l'aide de la définition de l'intensité du courant et (6.1), on obtient la relation constitutive du condensateur reliant intensité et tension :

$$i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} \tag{6.2}$$

En régime stationnaire le condensateur est équivalent à un **interrupteur ouvert**, de caractéristique une droite d'équation $I = 0$. Pour cette raison, le condensateur est utilisé en régime variable, d'où l'utilisation des minuscules dans les lois précédentes.

On rappelle que la puissance P et l'énergie $\mathcal{E}$ sont reliées par la relation

$$P = \frac{\mathrm{d}\mathcal{E}}{\mathrm{d}t}$$

En convention récepteur, la puissance reçue par le condensateur vaut :

$$P = ui = Cu\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}Cu^2\right) \tag{6.3}$$

Ceci permet d'exprimer l'énergie reçue pendant un temps $\delta t = t_2 - t_1$:

$$\Delta\mathcal{E} = \int_{t_1}^{t_2} P\mathrm{d}t = \int_{t_1}^{t_2} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}Cu^2\right)\mathrm{d}t = \mathcal{E}_\mathrm{C}(t_2) - \mathcal{E}_\mathrm{C}(t_1) \tag{6.4}$$

où l'on a posé :

$$\mathcal{E}_\mathrm{C}(t) = \frac{1}{2}Cu(t)^2 \tag{6.5}$$

qui est l'**énergie stockée dans un condensateur** sous forme électrique à l'instant t.

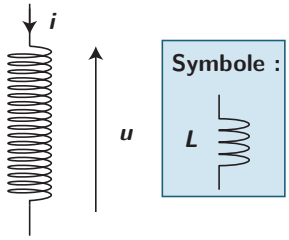
Selon le contexte, un condensateur peut fonctionner **en tant que récepteur ou générateur** : par exemple, si la tension u est positive, on peut avoir $\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} < 0$, et alors $P < 0$ indiquant un fonctionnement

générateur (se produisant lors de la « décharge » du condensateur). Ce composant ne dissipe pas d'énergie, il peut soit en accumuler soit en restituer sans perte.

D'un point de vue pratique, un condensateur est utilisé pour modifier un signal électrique (processus de filtrage), ou stocker de l'énergie.

I.2 Bobine

Une **bobine** est un dipôle constitué d'un bobinage de fils enroulé autour d'un axe :



Définition : inductance d'une bobine

On définit l'**inductance** L d'une bobine comme le lien entre la tension appliquée et le courant électrique la traversant selon la loi (en convention récepteur)

$$u = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \tag{6.6}$$

Elle est exprimée en henry (symbole H). Elle dépend de la géométrie du composant (nombre de fils, section de la bobine). Les valeurs usuellement rencontrées vont de 10 µH à 1 H.

En régime stationnaire, la tension aux bornes d'une bobine est nulle, elle se comporte donc comme un **interrupteur fermé** (ou fil) : sa caractéristique est une droite $U = 0$.

On peut être éventuellement plus précis dans la description du composant en rajoutant la **résistance du bobinage** r, qui est de l'ordre du ohm et alors la tension aux bornes de la bobine vérifie

$$u = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + ri \tag{6.7}$$

Exercice

Déterminer l'énergie stockée dans une bobine.
La puissance reçue par la bobine s'écrit

$$P = ui = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}i = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}Li^2\right) \tag{6.8}$$

À l'instar du condensateur, on peut effectuer un bilan énergétique entre deux instants :

$$\Delta\mathcal{E} = \int_{t_1}^{t_2} P\mathrm{d}t = \int_{t_1}^{t_2} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}Li^2\right)\mathrm{d}t = \mathcal{E}_\mathrm{L}(t_2) - \mathcal{E}_\mathrm{L}(t_1) \tag{6.9}$$

où l'on a posé

$$\mathcal{E}_\mathrm{L}(t) = \frac{1}{2}Li(t)^2 \tag{6.10}$$

qui est l'**énergie stockée dans une bobine** sous forme magnétique à l'instant t.

Notons que le stockage d'énergie par une bobine n'est pas aussi pratique qu'avec un condensateur, dans la mesure où cela nécessite la persistance d'un courant électrique. Elle sert plutôt de stockage

temporaire, par exemple dans les transformateurs de tension. On la retrouve aussi dans certains filtres électriques, dans des dispositifs d'allumage de moteurs thermiques nécessitant la production d'étincelles ou de courants très forts sur des faibles durées. En effet, l'équation $u = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ indique qu'une variation rapide de i due à l'ouverture brutale du circuit produit une surtension pouvant dépasser la tension de claquage de l'air et pouvant ainsi produire un arc électrique.

II. Étude d'un système concret

II.1 Présentation

Dans toute la suite de cette section, on va prendre un exemple concret d'utilisation d'un condensateur de capacité C en régime variable. En effet, intéressons-nous au système de temporisation du mouvement des essuies-glace d'une voiture : selon le réglage, il est possible de faire varier la période du mouvement de va-et-vient des balais. Cela s'explique par l'utilisation d'un condensateur qui subit différentes conditions :

Un relais est un interrupteur commandé en tension, il possède en général un état ouvert si la tension est nulle, et fermée si la tension de commande dépasse une certaine valeur. La fréquence de commutation est faible car la fermeture ou l'ouverture est mécanique.

- il peut soit se **charger**, c'est-à-dire qu'il se produit une accumulation de charges sur ses deux armatures, jusqu'à ce que la charge sur l'armature chargée positivement atteigne $q = CU$ avec U la tension qu'on impose à ses bornes ;
- il peut également se **décharger**, ce qui correspond au processus inverse où les charges se mettent en mouvement à partir des armatures.

Lorsque la valeur de la charge sur les armatures du condensateur, et donc de la valeur de la tension à ses bornes, dépasse un certain seuil (fixé par exemple à 5 V), un relais passe à l'état fermé et met en marche le moteur commandant les balais d'essuie-glace.

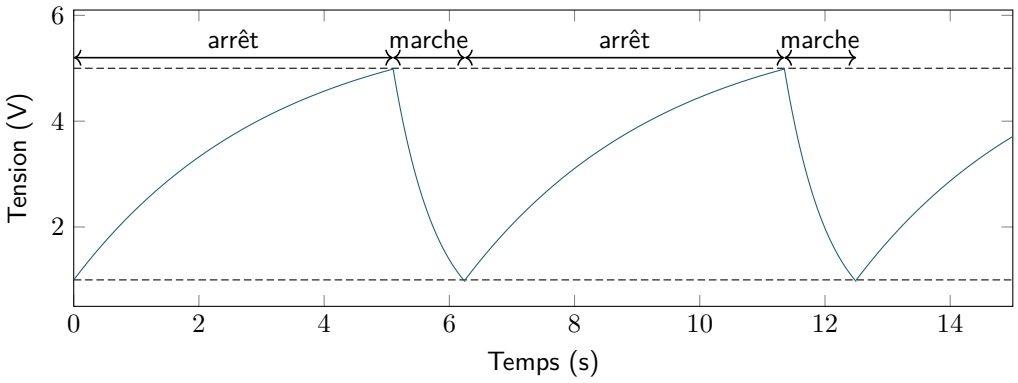


Figure 6.1 – Signal de commande du relais actionnant un essuie-glace

Par un moyen non décrit ici, une modification du circuit provoque la décharge du condensateur : lorsque la tension à ses bornes devient inférieure à une certaine valeur (par exemple 1 V), le relais repasse à l'état ouvert et provoque l'arrêt du moteur, et à nouveau un processus de charge du condensateur. Le phénomène est alors périodique, comme illustré figure 6.1. On observe que l'allure temporelle semble de forme relativement similaire, mais les temps mis en jeu sont différents lors de l'arrêt ou de la marche du moteur. On va étudier par la suite un montage relativement simplifié, afin d'expliquer globalement en quoi la tension aux bornes du condensateur peut varier au cours du temps, et quels paramètres influencent le temps de charge ou de décharge du condensateur.

II.2 Étude expérimentale

a) Montage

Étudions donc un circuit composé d'un générateur de tension caractérisé par sa tension à vide $E_0 = 5{,}0\,\mathrm{V}$, relié à un interrupteur K, une résistance $R = 2{,}3\,\mathrm{k\Omega}$ et un condensateur de capacité $C = 1{,}0\,\mu\mathrm{F}$ initialement déchargé (aucune charge n'est présente sur ses armatures).

À un instant initial $t = 0$, le générateur est connecté au reste du circuit en fermant l'interrupteur et l'acquisition temporelle de la tension aux bornes de la résistance $u_R(t)$ et du condensateur $u_c(t)$ est réalisée. Le courant $i(t)$ est obtenu à partir de $u_R(t)$ par $i(t) = \dfrac{u_R(t)}{R}$, représenté ci-après. Le signal délivré par le générateur est appelé un **échelon de tension**, et la réponse du circuit est alors appelée **réponse indicielle**.

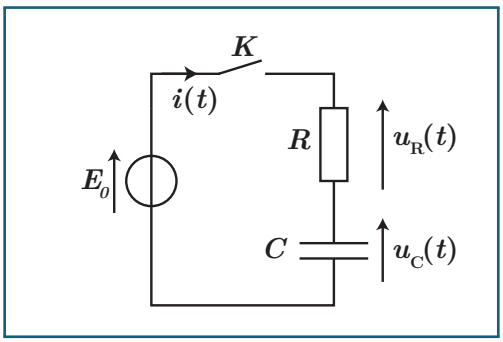
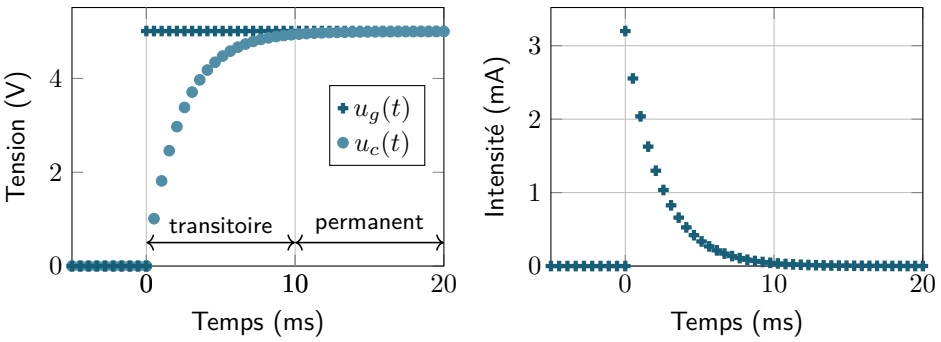


Figure 6.2 – Schéma d'un circuit appelé "circuit RC"

b) Observations expérimentales

À partir de l'instant où l'interrupteur est fermé, les courbes expérimentales représentées ci-dessous montrent que :

- la tension aux bornes du générateur semble constante (mais l'échelle verticale limite la précision) ;
- la tension aux bornes du condensateur évolue jusqu'à atteindre une valeur qui semble ici être celle du générateur de tension ;
- pendant ce même laps de temps, le courant évolue en partant d'une valeur maximale et tend vers 0 lorsque la tension aux bornes du condensateur se stabilise ;
- la tension aux bornes du condensateur semble continue lors de la fermeture de l'interrupteur, mais ce n'est pas le cas du courant.



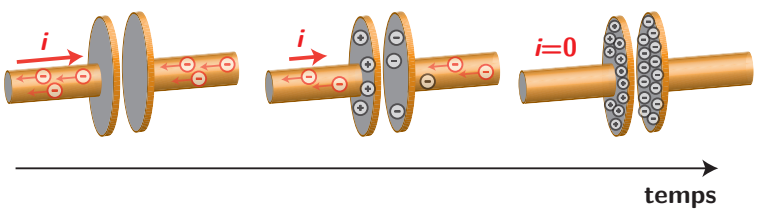
Régimes possibles

On distingue deux régimes possibles de fonctionnement :

- le régime **permanent** ou **établi** lorsque la réponse du système prend la même forme que l'entrée, ici une valeur constante ;
- le régime **transitoire** reliant deux régimes permanents.

c) Interprétation qualitative du phénomène

Le phénomène observé peut être interprété qualitativement et est illustré ci-dessous.



Dès que le condensateur est soumis à une tension à ses bornes, un mouvement d'électrons (donc un courant) se produit et permet la charge, c'est-à-dire l'accumulation des charges sur chacune des

Ce modèle simple explique par exemple que la capacité d'un condensateur augmente avec la surface (à répulsion identique entre les particules de même charge, on peut placer davantage de charges sur chaque armature), et diminue avec l'épaisseur (car l'attraction est moins importante si les particules de charge opposée sont plus éloignées).

armatures, avec apparition d'un courant électrique. Au fur et à mesure, du fait des interactions électrostatiques répulsives, de moins en moins de charges se déplacent (l'intensité du courant diminue), jusqu'à ce que le condensateur atteigne sa limite maximale où aucun courant n'existe, ce qui traduit un équilibre entre la répulsion entre particules de même charge, et l'attraction entre particules de charges opposées.

On observe alors qu'un courant électrique existe alors que le circuit est ouvert : en effet, le condensateur est composé d'un milieu isolant, aucune charge ne passe entre les deux armatures. Néanmoins il existe bien un mouvement de charges de part et d'autre.

II.3 Modélisation

a) Équation différentielle

Afin d'exprimer la tension aux bornes du condensateur, appliquons la loi des mailles au circuit :

$$u_G(t) = u_R(t) + u_c(t) \Leftrightarrow E_0 = Ri(t) + u_c(t) \tag{6.11}$$

* Puis avec $i = C\dfrac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t}$ il vient :

$$\boxed{RC\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} + u_c = E_0} \tag{6.12}$$

On obtient une **équation différentielle du premier ordre** associée à la variable u_c.

b) Résolution

Avant d'expliciter les solutions mathématiques de l'équation précédente, effectuons une analyse dimensionnelle du terme RC qui apparaît dans cette équation. En utilisant directement l'équation, $\left[RC\dfrac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t}\right] = [u_c]$ soit $\dfrac{[RC]}{T}[u_c] = [u_c]$ donc $[RC] = T$, et on pose $\tau = RC$ appelée **constante de temps du circuit RC**.

On cherche donc à résoudre l'équation $\tau\dfrac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} + u_c = E_0$, plusieurs étapes sont nécessaires :

- écriture de la **solution de l'équation sans second membre** (ESSM) $\tau\dfrac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} + u_c = 0$ dont on admet qu'elle prend la forme $u_{c,ssm}(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$ où A est une constante réelle pour l'instant inconnue ;
- recherche de la **solution particulière**, que l'on suppose constante car le second membre est une constante : avec $\dfrac{\mathrm{d}u_{c,p}}{\mathrm{d}t} = 0$, il vient $u_{c,p} = E_0$;
- écriture de la solution générale de l'équation avec second membre

*
$$u_c(t) = u_{c,ssm}(t) + u_{c,p}(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + E_0$$

- utilisation des conditions initiales, ici $u_c(t=0) = 0$: on le justifiera dans la section suivante, admettons-le pour l'instant, en concordance avec les observations expérimentales. Il vient alors $u_C(0) = 0 = A + E_0$ soit $A = -E_0$

La solution est donc finalement

$$\boxed{u_c(t) = E_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)} \tag{6.13}$$

Elle est en parfaite concordance avec les données expérimentales comme l'illustre la figure 6.3, et l'on justifie bien que la tension aux bornes du condensateur tend bien vers celle du générateur de tension.

c) Caractérisation du régime transitoire

La constante de temps $\tau = RC = 2{,}3\,\mathrm{ms}$ joue un rôle fondamental pour caractériser le régime transitoire, semblant durer approximativement 10 ms. En effet, on peut chercher à quel instant la

tension aux bornes du condensateur vaut approximativement E_0 à 1% près :

$$u(t) = 0{,}99E_0 \Leftrightarrow 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} = 0{,}99 \Leftrightarrow e^{-\frac{t}{\tau}} = 0.01 \Leftrightarrow t = -ln(0{,}01)\tau \Leftrightarrow t = 4{,}6\tau \qquad (6.14)$$

On remarque également que pour $t = \tau$, $u(\tau) = 0.63E_0$ **lors de la charge**. Cette dernière méthode est d'ailleurs la plus utile pour déterminer rapidement la valeur numérique de τ.

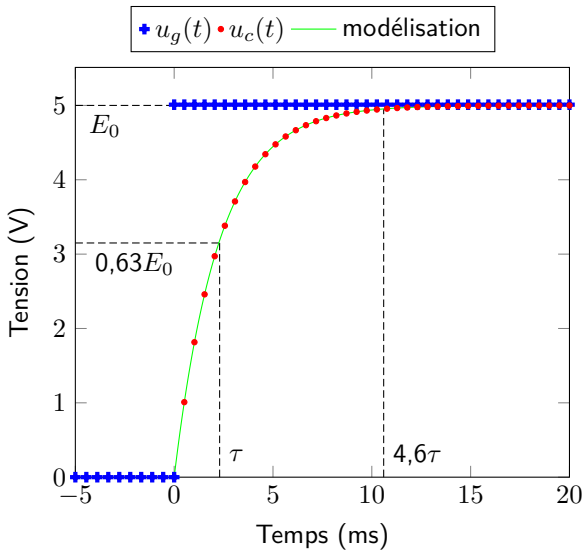


Figure 6.3 – Tension u_c lors de la charge d'un condensateur pour un circuit RC et modélisation théorique.

Régime transitoire d'un système du premier ordre

Pour un système du premier ordre dont un paramètre physique f vérifie l'équation

$$\tau\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} + f = \text{cste} \qquad (6.15)$$

où τ est alors appelée constante de temps du système, l'évolution temporelle est liée à la fonction $e^{-\frac{t}{\tau}}$, et le temps du régime transitoire est de l'ordre de quelques τ.

La constante de temps est ainsi une bonne indication du **temps de réponse du système**, que l'on peut donc modifier simplement en changeant la valeur de la résistance ou de la capacité, dans l'exemple étudié.

Pour revenir à l'exemple initial du balais d'essuie-glace, on observe deux types de régimes transitoires, avec deux constantes de temps différentes et des conditions initiales différentes. On observe aussi une charge ou une décharge, ce qui implique qu'il faut savoir étudier les systèmes du premier ordre dans un cadre très général.

III. Évolution des circuits linéaires du premier ordre

III.1 Propriétés des composants

a) Régime permanent

Avant d'effectuer tout calcul, il est parfois bon de savoir déterminer facilement quels seront les courants et tensions en régime permanent, lorsqu'un circuit comporte des condensateurs et des inductances. On va se servir des relations courant-tension étudiées au chapitre précédent, dans le cas d'un régime permanent indépendant du temps :

- pour une bobine caractérisée par son inductance L et par sa résistance r, $u_L(t) = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + ri$ soit $u_L = ri$ en régime permanent ;

- pour un condensateur de capacité C, l'intensité du courant le traversant vaut $i = C\dfrac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} = 0$ en régime permanent.

Comportement en régime permanent

En régime permanent où toutes les grandeurs électriques sont des constantes :

- une inductance se comporte comme un **fil** (interrupteur fermé) ou de manière plus précise comme une résistance (si cette dernière est précisée) ;
- un condensateur se comporte comme un **interrupteur ouvert** (ou une résistance infinie).

b) Continuité ou discontinuité de grandeurs électriques

Au sein d'un circuit, la présence de composants tels qu'inductances et condensateurs ont une grande influence sur les variations temporelles de grandeurs électriques. Afin de le montrer, partons du constat qu'en physique, **l'énergie est une grandeur continue** : en effet, toute discontinuité d'énergie impliquerait une puissance infinie, ce qui n'est physiquement pas acceptable.

Par conséquent, en reprenant les expressions des énergies stockées dans les composants usuels :

- pour une inductance : $\mathcal{E}_L = \dfrac{1}{2}Li^2$ implique que **l'intensité du courant circulant dans la bobine est continue** ;
- pour un condensateur : $\mathcal{E}_C = \dfrac{1}{2}Cu_C^2 = \dfrac{q^2}{2C}$ implique que **la tension aux bornes du condensateur comme la charge portée par chacune de ses armatures est continue** ;
- néanmoins la tension aux bornes d'une inductance comme l'intensité du courant dans la branche contenant un condensateur peuvent être discontinues.

Cela permet de justifier les conditions initiales lors de la résolution d'équations différentielles du premier ordre. Dans l'exemple de la section précédente, la tension aux bornes du condensateur avant fermeture de l'interrupteur valant 0, on peut donc écrire $u_c(t) = 0$ pour $t < 0$. Il vient alors que $u_c(t = 0^-) = 0$, puis par continuité, $u_c(t = 0^+) = u_c(t = 0^-) = 0$. Par contre $i(t = 0^-) = 0$ mais on peut montrer que $i(t = 0^+) = C\dfrac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t}(t = 0^+) = \dfrac{E_0}{R}$.

Cette notation « $t = 0^-$ » signifie que l'on prend la limite de la fonction $u_c(t)$ pour t tendant vers 0 par valeurs inférieures

c) Influence d'une bobine ou d'un condensateur dans un circuit

On peut noter d'après les observations précédentes, que le condensateur impose la continuité de la tension à ses bornes, et toute variation des conditions extérieures (passage d'une tension nulle à non nulle par la fermeture de l'interrupteur du circuit 6.2) est « freinée » par la présence du condensateur. Un **condensateur s'oppose aux variations de tensions à ses bornes**, selon un temps caractéristique généralement proportionnel à sa capacité C.

De la même manière, une **bobine s'oppose aux variations de l'intensité la traversant**, selon un temps caractéristique généralement proportionnel à son inductance L. On le montrera dans le dernier exemple du cours.

III.2 Exemple de résolution

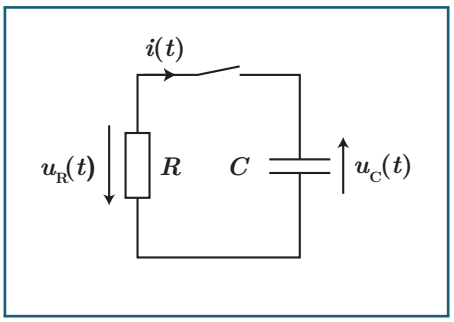


Figure 6.4 – Circuit RC dans le cas d'un régime libre

Exercice

Déterminer l'évolution de $i(t)$ dans ce circuit si initialement le condensateur a été chargé sous une tension E_0.

Étudions la décharge d'un condensateur de capacité C initialement chargé à l'aide d'un générateur de tension E_0. Ce condensateur est relié à une résistance R. On cherche l'évolution de l'intensité du courant au sein du circuit pour $t > 0$ lorsque l'on ferme l'interrupteur. On parle ici de **régime libre** car aucune contrainte n'est appliquée sur le circuit.

Appliquons donc la loi des mailles :

$$u_C + Ri = 0 \tag{6.16}$$

soit avec $i = C\dfrac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t}$ il vient

$$i = C\frac{\mathrm{d}(-Ri)}{\mathrm{d}t} = -RC\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \Leftrightarrow RC\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + i(t) = 0 \tag{6.17}$$

On reconnaît une équation différentielle du premier ordre et l'on pose naturellement $\tau = RC$. La solution est simple, comme le second membre est nul :

$$i(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} \tag{6.18}$$

où A est une constante à déterminer via les conditions initiales. Pour se faire, utilisons le fait que u_C est une grandeur continue. Alors

$$u_c(t = 0^-) = E_0 = u_c(t = 0^+) \tag{6.19}$$

soit à l'aide de la loi des mailles

$$Ri(t = 0^+) + u_c(t = 0^+) = 0 \Leftrightarrow i(t = 0^+) = -\frac{u_c(t = 0^+)}{R} = -\frac{E_0}{R} = A \tag{6.20}$$

La solution de l'équation s'écrit finalement $i(t) = \dfrac{-E_0}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$. Là encore, le temps du régime transitoire va être gouverné par τ, comme l'illustre la figure ci-après.

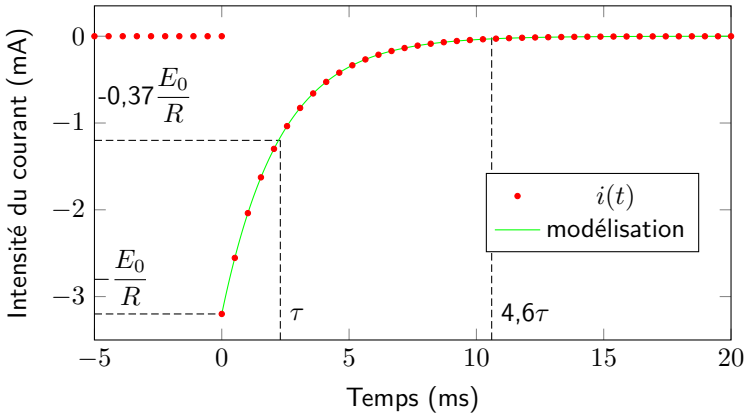
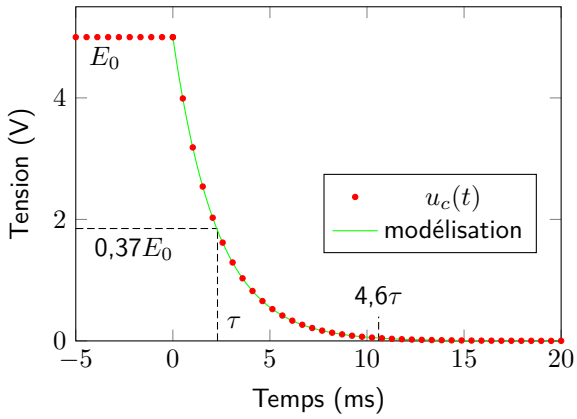


Figure 6.5 – Évolution du courant lors de l'évolution libre d'un circuit RC

L'évolution de la tension est alors telle que $Ri(t) + u_c(t) = 0$ soit

$$u_c(t) = -Ri(t) = E_0e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{6.21}$$

On observe donc la même allure que lors de la mise en marche du moteur des essuies-glace de l'exemple introductif.



III.3 Portrait de phase

Une autre façon d'étudier un système du premier ordre consiste à utiliser un outil appelé **portrait de phase**. Ce dernier consiste à placer en abscisse la fonction d'intérêt, et en ordonnée sa dérivée – éventuellement avec un facteur multiplicatif constant – donc ici par exemple $y = \dfrac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t}$ en fonction de $x = u_c$. L'équation différentielle 6.12 associée à la charge d'un condensateur se réécrit $\tau y + x = E_0$ soit $y = \dfrac{E_0}{\tau} - \dfrac{x}{\tau}$, équation de droite conforme aux résultats expérimentaux. L'ensemble des points parcourus au cours du temps dans l'espace des phases est appelée **trajectoire de phase** :

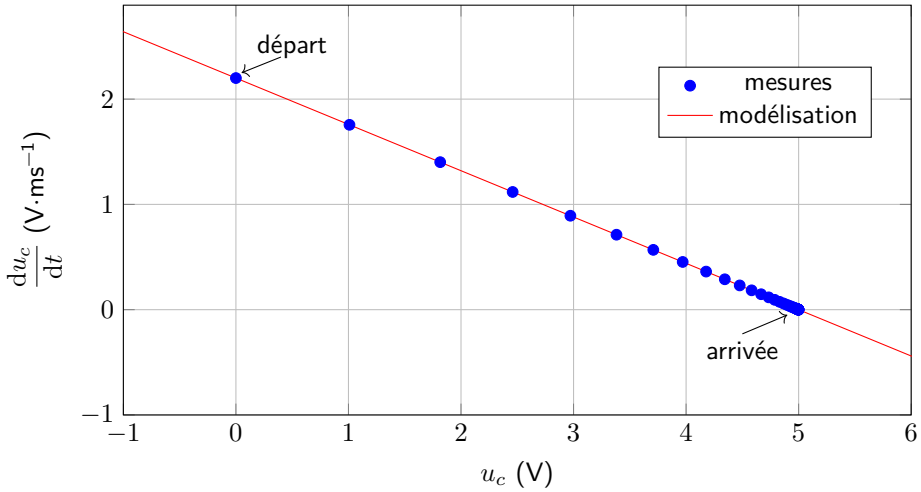


Figure 6.6 – Portrait de phase lors de la charge d'un circuit RC : superposition des mesures expérimentales et de la courbe théorique.

L'ensemble des points sont pris à intervalle de temps régulier. Cependant ils se rapprochent à mesure qu'on arrive à la fin du régime transitoire : le « mouvement » ralentit jusqu'à atteindre en un temps théoriquement infini le point d'arrivée.

En définitive, un système du premier ordre est caractérisé par une trajectoire de phase affine. Par contre la composante temps disparaît complètement de ce graphique.
À noter enfin que, si l'on n'a pas résolu l'équation différentielle, la seule connaissance du point de départ reportée sur le portrait de phase permet de connaître l'évolution du système : **on tend à chaque fois vers le point de dérivée nulle**.

III.4 Bilan de puissance et d'énergie

Effectuons un bilan de puissance lors de la charge d'un condensateur d'un circuit RC branché à un générateur de tension E_0 (circuit de la figure 6.2) . **Une méthode possible consiste à partir de la loi des mailles lorsqu'elle n'est parcourue que par un seul courant et de multiplier par le courant** :

$$E_0 i = Ri^2 + u_c i \Leftrightarrow P_{\text{géné}} = P_{\text{joule}} + u_c C\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} = P_{\text{joule}} + \frac{\mathrm{d}\mathcal{E}_{\text{cond}}}{\mathrm{d}t} \qquad (6.22)$$

* avec $\mathcal{E}_{\text{cond}} = \dfrac{1}{2}Cu_c^2$ l'énergie stockée à un instant t dans le condensateur. Le bilan est alors clair : la puissance fournie par le générateur se répartit en puissance dissipée par effet Joule dans le conducteur ohmique et en puissance stockée dans le condensateur.
On peut aller plus loin en calculant l'énergie apportée et cédée durant l'ensemble du régime transi-

toire (soit théoriquement pour un temps compris entre $t = 0$ et $t \to +\infty$, même si on considèrera en pratique qu'au bout de quelques τ le régime permanent est quasiment atteint). L'intensité du courant vaut déjà $i(t) = C\dfrac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} = C\dfrac{E_0}{\tau}e^{-\dfrac{t}{\tau}} = \dfrac{E_0}{R}e^{-\dfrac{t}{\tau}}$,

- l'énergie cédée par le générateur est

$$\mathcal{E}_g = \int_0^{+\infty} E_0 i(t)\mathrm{d}t = \int_0^{+\infty} \frac{E_0^2}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E_0^2}{R}\left[-\tau e^{-\frac{t}{\tau}}\right]_0^{+\infty} \tag{6.23}$$

$$= \frac{\tau E_0^2}{R} = CE_0^2 \tag{6.24}$$

- l'énergie dissipée par effet Joule est

$$\mathcal{E}_j = \int_0^{+\infty} Ri^2(t)\mathrm{d}t = \int_0^{+\infty} \frac{E_0^2}{R}e^{-2\frac{t}{\tau}} = \frac{E_0^2}{R}\left[-\frac{\tau}{2}e^{-2\frac{t}{\tau}}\right]_0^{+\infty} \tag{6.25}$$

$$= \frac{\tau E_0^2}{2R} = \frac{CE_0^2}{2} \tag{6.26}$$

- et l'énergie stockée dans le condensateur vaut :

$$\mathcal{E}_{\mathrm{cond}} = \int_0^{+\infty} \frac{\mathrm{d}E_{\mathrm{cond}}}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t = \left[\frac{1}{2}Cu_c(t)^2\right]_0^{+\infty} = \frac{CE_0^2}{2} \tag{6.27}$$

On retrouve bien le bilan : $\mathcal{E}_g = \mathcal{E}_j + \mathcal{E}_{\mathrm{cond}}$ et l'on remarque que $\mathcal{E}_{\mathrm{cond}} = \mathcal{E}_j$: il y a autant de pertes, ici par effet Joule, que d'énergie stockée. On peut alors définir un rendement de conversion énergétique $\eta = \dfrac{\mathcal{E}_{\mathrm{cond}}}{\mathcal{E}_g} = \dfrac{1}{2}$ quelle que soit la valeur choisie pour R et C.

III.5 Exemple d'un circuit RL

Étudions brièvement un circuit RL pour montrer que l'on retrouve le même type d'équation : on considère donc un circuit électrique alimenté par un générateur de tension E_0, en série avec une bobine d'inductance L et résistance r, et une résistance R. On note $R' = R + r$ par la suite. À $t = 0$ on ferme l'interrupteur.

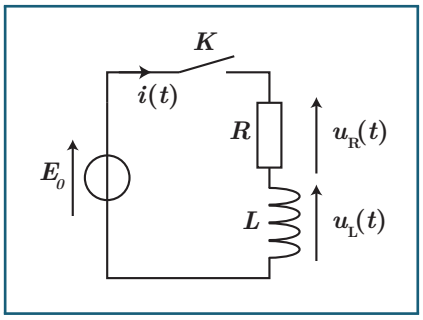


Figure 6.7 – Circuit composé d'une inductance en série avec une résistance, couramment appelé circuit RL

Exercice

Déterminer l'équation différentielle pour le courant $i(t)$ et le résoudre en justifiant les conditions initiales.

Appliquons la loi des mailles au circuit :

$$E_0 = u_R + u_L = Ri(t) + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + ri(t) = R'i + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \tag{6.28}$$

que l'on peut mettre sous la forme

$$\tau\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + i(t) = \frac{E_0}{R'} \tag{6.29}$$

où l'on introduit une constante de temps $\tau = \dfrac{L}{R'}$. On retrouve à nouveau une équation différentielle d'ordre 1 de la même forme que celles obtenues précédemment. On constate ainsi que plus la valeur de

l'inductance est élevée, plus le régime transitoire est long, ce qui signifie que l'inductance va s'opposer d'autant plus fortement aux variations d'intensité la traversant : on l'expliquera plus en détail lors de l'étude des phénomènes d'induction.

En se servant de la condition initiale à l'aide de la continuité du courant dans une bobine : $i(t = 0^+) = i(t = 0^-) = 0$, il vient finalement

$$i(t) = \frac{E_0}{R'}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \tag{6.30}$$

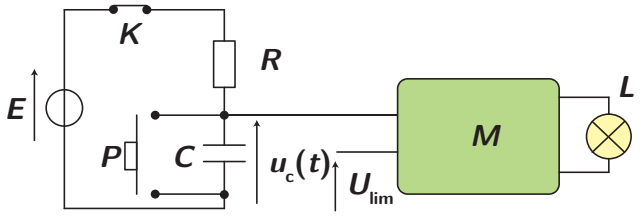
On peut enfin effectuer de la même manière que pour le circuit RC un bilan de puissance $P_{\text{géné}} = P_{\text{joule}} + P_{\text{bob}}$ où $P_{\text{bob}} = \frac{\mathrm{d}\mathcal{E}_L}{\mathrm{d}t}$. La seule nuance est que l'énergie fournie par le générateur ne cesse jamais car il y a un courant non nul en régime permanent (à la différence d'un circuit RC).

Exercices

6.1 Minuterie d'une lampe

On étudie le principe de fonctionnement d'une minuterie permettant d'éteindre une lampe automatiquement au bout d'une durée t_0 réglable. Dans le montage suivant, un composant M permet l'allumage de la lampe L tant que la tension du condensateur est inférieure à une tension limite, notée U_{lim} fixée ici à 20 V. Ce composant possède une alimentation électrique propre qui lui fournit l'énergie nécessaire à l'allumage de la lampe. On admettra qu'il ne perturbe pas le fonctionnement du circuit RC alimenté par un générateur de tension $E = 30\,\text{V}$.

À l'instant initial, le condensateur est déchargé par l'appui sur le bouton poussoir, et l'interrupteur K se ferme.

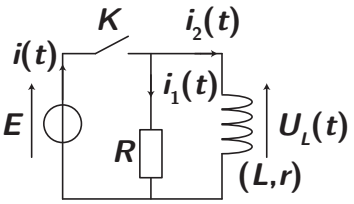


1. Établir l'équation différentielle donnant les variations de $u_C(t)$ aux bornes du condensateur en fonction du temps.
2. Quelle est la valeur U_C en régime permanent ?
3. Résoudre l'équation différentielle précédente, en ayant défini une constante de temps τ.
4. Tracer le graphique de $u_C(t)$ en faisant apparaître la tension E et la constante de temps τ.
5. Calculer la valeur de τ pour $R = 100\,\text{k}\Omega$ et $C = 200\,\mu\text{F}$.
6. Donner l'expression littérale de la date t_0 à laquelle la tension aux bornes du condensateur atteint la valeur limite U_{lim}. Calculer t_0 et vérifier la validité du résultat à l'aide du tracé de la question 4).
7. On a fixé $U_{\text{lim}} = 20\,V$ pour obtenir une durée d'allumage t_0 voisine de τ. Pour quelle raison choisir t_0 très supérieure à τ n'aurait-il pas été judicieux pour un tel montage ?
8. Quels paramètres du montage peut-on modifier afin d'augmenter la durée d'allumage de la lampe ?

6.2 Production de fortes surtensions

On constitue un circuit en branchant en parallèle aux bornes d'une bobine réelle d'inductance L et de résistance r un conducteur ohmique de résistance $R \gg r$ et une source idéale de tension. À la date $t = 0$, on ferme l'interrupteur K, à la date $t = t_0$, on le rouvre.

1. Faire les schémas équivalents en régime permanent en position ouverte et en position fermée, et en déduire les valeurs de i_1 et i_2 en régime permanent dans les deux cas.



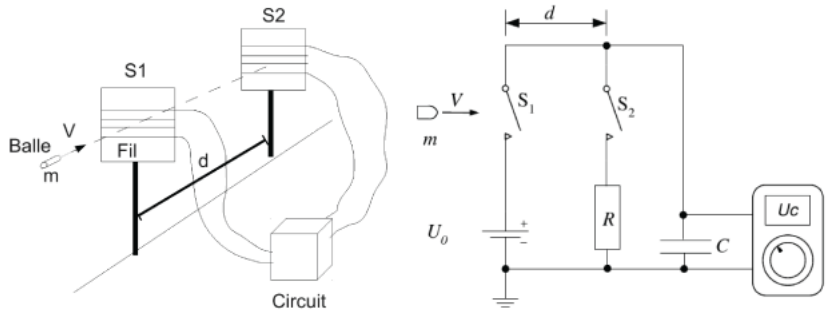
2. Pour $t \in [0; t_0]$ donner l'équation vérifiée par $i_2(t)$ en fonction de E, r et L et la résoudre. On appellera τ_1 la constante de temps concernée.
3. On suppose que $t_0 \gg \tau_1$. Que vaut alors approximativement $i_2(t_0)$?
4. Faire de même pour $t \geq t_0$ et trouver la nouvelle expression de $i_2(t)$. On appellera τ_2 la nouvelle constante de temps.
5. En déduire l'expression de la tension $u_L(t)$ pour $t > t_0$ puis tracer la courbe de $u_L(t)$. Montrer qu'elle peut prendre une valeur supérieure à E (**en valeur absolue**) pendant un court instant. Commenter.

6.3 Vitesse de balle

Issu de l'épreuve de sélection suisse aux Olympiades internationales de physique

On veut mesurer la vitesse d'une balle (supposée constante) en procédant comme suit : on crée un dispositif décrit figure 1. Ce dispositif peut être simplifié par le circuit électrique proposé ci-dessous. Les sections en S_1 et S_2

sont des fils tendus dans un cadre et disposés sur la trajectoire de la balle de manière à ce qu'ils soient coupés par la balle, la distance d entre les deux cadres est connue ainsi que les valeurs de tension U_0, de résistance R et capacité C. On mesure la valeur de la tension U_C une fois que la balle a traversé S_2.



Déterminer l'expression de la vitesse de la balle en fonction des différents paramètres.

Il s'agit d'étudier une décharge de condensateur. En effet, en appelant $t = 0$ le temps pour lequel la balle traverse la section S_1 et ouvre ainsi l'interrupteur qui connecte le condensateur au générateur de tension, on observe pour $t > 0$ une décharge du condensateur dans la résistance R. On peut donc écrire la loi des mailles dans le circuit :

$$u_\mathrm{C} + Ri = 0 \tag{6.31}$$

où $i = C\dfrac{\mathrm{d}u_\mathrm{C}}{\mathrm{d}t}$. L'équation précédente se met donc sous la forme canonique usuelle :

$$\frac{\mathrm{d}u_\mathrm{C}}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}u_\mathrm{C} = 0 \tag{6.32}$$

où l'on pose $\tau = RC$ la constante de temps. La solution de cette équation s'écrit :

$$u_\mathrm{C}(t) = Ae^{-t/\tau} \tag{6.33}$$

et comme la tension est continue aux bornes d'un condensateur, $u_\mathrm{C}(t = 0^-) = E = u_\mathrm{C}(t = 0^+) = A$. Donc tant que la balle n'a pas traversé (S_2), la tension aux bornes du condensateur vaut

$$u_{\mathrm{m}C}(t) = Ee^{-t/\tau} \tag{6.34}$$

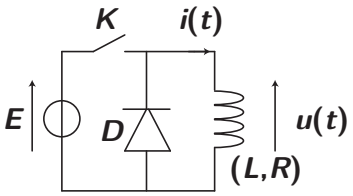
Lorsque la section (S_2) est traversée, on rompt le contact électrique entre la résistance et le condensateur, ce dernier ne va alors plus se décharger. Cela se produit à l'instant $t_1 = d/v$ comme on suppose un déplacement de la balle à vitesse v constante. Donc

$$U_0 = u_\mathrm{C}(t \geq t_1) = u_\mathrm{C}(t = t_1) = Ee^{-d/(\tau v)} \iff \ln\left(\frac{U_0}{E}\right) = -\frac{d}{\tau v} \tag{6.35}$$

d'où une vitesse de balle

$$\boxed{v = \frac{d}{\tau \ln\left(\dfrac{E}{U_0}\right)}} \tag{6.36}$$

6.4 Montage à diode dite de "roue libre"



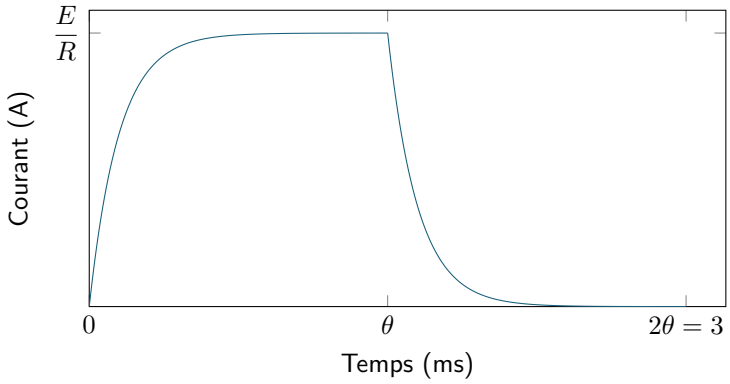
On considère le montage ci-contre. On donne $E = 12\,\mathrm{V}$, $L = 15\,\mathrm{mH}$, $R = 100\,\Omega$. Le dipôle D est une diode idéale, composant ne laissant passer le courant que dans le sens de la flèche (avec alors une tension nulle à ses bornes). À la date $t = 0$ on ferme l'interrupteur.

1. Justifier que, lorsque l'interrupteur est fermé, la diode est bloquée, c'est-à-dire qu'elle ne laisse pas passer le courant.
2. Exprimer le courant $i(t)$ qui traverse la bobine.
3. Quelles sont les valeurs de la tension U_p et du courant I_p en régime permanent ? Dans quel état est la diode ?
4. Quelle est l'énergie $\mathcal{E}_L$ emmagasinée par la bobine pendant le régime transitoire ?
5. À la date $t = \theta = 10\tau$, peut-on considérer que le régime permanent est atteint ? On ouvre alors l'interrupteur, justifier que la diode devient passante.

6. Exprimer l'intensité $i(t)$ qui traverse l'enroulement à partir de $t = \theta$.
7. Comment l'énergie stockée dans la bobine est-elle dissipée ?
8. Tracer la courbe donnant l'évolution de l'intensité de 0 à 3 ms.
9. Que se passerait-il en l'absence de diode ? L'interrupteur pourrait-il être considéré comme idéal ? Pour quelle raison ?

---

1. Lorsque l'interrupteur se ferme, supposons la diode passante et montrons qu'il y a une contradiction : la tension à ses bornes est donc nulle (ce qui déjà est très gênant pour le générateur de tension...), donc $u(t) = 0 = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + Ri(t)$. Avec la condition initiale de courant $i(t = 0^-) = 0$ et la continuité du courant dans une bobine, il vient alors $i(t > 0) = \lambda e^{-t/\tau} = 0$ car $\lambda = 0$. On a donc $i(t) = 0$, et le courant doit être positif dans le sens de la diode. Ainsi, en utilisant la loi des nœuds, le courant issu du générateur est donc négatif, en convention générateur : ce n'est pas possible. La diode est donc bloquée.
2. La loi des mailles dans la grande maille, dans la mesure où la diode est bloquée, s'écrit :
$$E = Ri(t) + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \tag{6.37}$$
dont la résolution classique conduit à $i(t) = \dfrac{E}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ en posant $\tau = \dfrac{L}{R}$.
3. En régime permanent, la bobine peut être remplacée par la résistance R seule. On a donc d'après la loi d'Ohm et la loi des mailles $E = U_\mathrm{p} = RI_\mathrm{p}$. La diode est toujours bloquée pour les mêmes raisons qu'à la question 1.
4. La bobine a emmagasiné l'énergie $\mathcal{E}_L = \dfrac{1}{2}LI_\mathrm{p}^2 = \dfrac{LE^2}{2R^2}$, on peut bien entendu le redémontrer si c'est demandé.
5. Pour $t = \theta = 10\tau \gg \tau$, $e^{-t/\theta} \simeq 0$ donc le régime permanent est atteint. Lorsque l'interrupteur est ouvert, la diode est forcément passante : si elle était bloquée, le courant dans la bobine serait donc nul et contredit la continuité du courant traversant la bobine (ou alors il y a une étincelle au niveau de l'interrupteur !). Il faudra juste bien vérifier dans la suite que $u(t) = 0$ tout en ayant $i(t) \geq 0$ (sens du courant orienté dans le sens de la flèche de la diode, quand on n'a plus qu'une seule maille à droite).
6. On doit alors vérifier $u(t) = 0 = Ri(t) + L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$, donc :
$$i(t) = \lambda e^{-t/\tau} \quad \text{avec} \quad i(t = \theta) = \frac{E}{R} = \lambda e^{-\theta/\tau} \tag{6.38}$$
d'où :
$$\boxed{i(t) = \frac{E}{R}e^{-\dfrac{t-\theta}{\tau}}} \tag{6.39}$$
7. Elle est dissipée par effet Joule dans sa propre résistance interne, et éventuellement dans la diode si elle n'est pas idéale.
8. Calculons $\tau = \dfrac{L}{R} = 0{,}15\,\mathrm{ms}$ (il y avait une erreur dans l'énoncé de base, c'est bien $R = 100\,\Omega$). On trace donc l'évolution du courant sur une durée de 20τ :



9. En l'absence de diode, de part la continuité du courant traversant la bobine, on verrait une étincelle au niveau de l'interrupteur, lié au fait que l'air devient localement conducteur au niveau des contacteurs qui s'écartent lors de son ouverture.

6.5 Résolution de problème : détection de particules ⋆

Un dispositif, destiné à détecter les particules ionisantes, émet s'il en détecte une à $t = 0$ un courant $i_0(t) = I_0 e^{-t/t_1}$ avec $I_0 = 10\,\mu\text{A}$ et $t_1 = 100\,\mu\text{s}$.
On cherche à détecter les particules grâce à l'apparition d'un pic de tension de valeur 100 mV à l'oscilloscope au bout d'une durée de l'ordre de t_1. Pour cela on dispose d'une résistance R et d'un condensateur de capacité C, initialement déchargé.

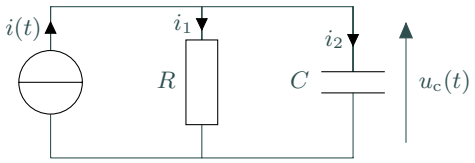
Proposer un montage et des valeurs numériques permettant d'obtenir un détecteur convenable.

Deux systèmes sont possibles : soit un circuit RC série, soit un circuit RC parallèle. On peut tout de suite discréditer le circuit RC série. En effet, sachant qu'on a un générateur de courant, le courant est imposé. Or, la loi courant-tension pour un condensateur est :

$$i(t) = C\frac{\mathrm{d}u_\mathrm{c}}{\mathrm{d}t} = I_0 e^{-t/t_1} \Longrightarrow u_\mathrm{c}(t) - u_\mathrm{c}(0) = \int_0^t \frac{I_0}{C} e^{-t/t_1}\,\mathrm{d}t = \frac{I_0}{C}\left(-t_1 e^{-t/t_1}\right)_0^t = \frac{I_0 t_1}{C}\left(1 - e^{-t/t_1}\right) \tag{6.40}$$

La courbe obtenue correspond alors à la charge d'un condensateur, on n'a donc pas de « pic » de tension.

Tentons alors l'autre circuit : le circuit RC en parallèle. Dessinons le circuit et introduisant les grandeurs électriques utiles :



On peut ensuite appliquer les lois usuelles :

$$i_1 + i_2 = i(t) = \frac{u_\mathrm{c}}{R} + C\frac{\mathrm{d}u_\mathrm{c}}{\mathrm{d}t} \tag{6.41}$$

comme la tension aux bornes de la résistance est $u_\mathrm{c}(t)$. Ainsi il vient en mettant sous forme canonique :

$$\tau\frac{\mathrm{d}u_\mathrm{c}}{\mathrm{d}t} + u_\mathrm{c} = RI_0 e^{-t/t_1} \tag{6.42}$$

avec $\tau = RC$. Le second membre est plus complexe que d'habitude, déterminons la solution pas-à-pas :

- la solution de l'équation sans second membre s'écrit simplement $u_{\mathrm{c,ssm}}(t) = Ae^{-t/\tau}$;
- on cherche la solution particulière avec une méthode de variation de la constante en posant $u_{\mathrm{c,h}}(t) = f(t)e^{-t/\tau}$, que l'on injecte dans l'équation différentielle :

$$\tau f'(t)e^{-t/\tau} + \tau f(t) \times \left(-\frac{1}{\tau}\right) e^{-t/\tau} + f(t)e^{-t\tau} = RI_0 e^{-t/t_1} \Longrightarrow f'(t) = \frac{RI_0}{\tau} e^{-t\left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{\tau}\right)} \tag{6.43}$$

soit en posant $T = \dfrac{1}{1/t_1 - 1/\tau}$, $f'(t) = \dfrac{RI_0}{\tau} e^{-t/T}$ s'intégrant en :

$$f(t) = f(0) + \frac{RI_0 T}{\tau}\left(1 - e^{-t/T}\right) \tag{6.44}$$

- La solution générale s'écrit donc après simplification :

$$u_\mathrm{c}(t) = \left(A + f(0) + \frac{RI_0 T}{\tau}\right) e^{-t/\tau} + \frac{RI_0 T}{\tau} e^{-t/t_1} = Be^{-t/\tau} + \frac{RI_0 T}{\tau} e^{-t/t_1} \tag{6.45}$$

Par continuité de la tension aux bornes du condensateur, il vient $B = -\dfrac{RI_0 T}{\tau}$ d'où :

$$u_\mathrm{c}(t) = \frac{RI_0 T}{\tau}\left(e^{-t/t_1} - e^{-t/\tau}\right) = \frac{RI_0}{1 - \dfrac{\tau}{t_1}}\left(e^{-t/t_1} - e^{-t/\tau}\right) \tag{6.46}$$

Il faut maintenant vérifier que

- ce signal possède bien un maximum : *a priori* oui car $u_\mathrm{c}(t=0) = 0$ et $u_\mathrm{c} \underset{t\to+\infty}{\longrightarrow} 0$;

- que l'on peut déterminer la position du maximum. C'est possible en dérivant :

$$u_{\mathrm{c}}'(t_{\mathrm{m}}) = \frac{RI_0}{1-\dfrac{\tau}{t_1}}\left(\frac{1}{\tau}e^{-t_{\mathrm{m}}/\tau} - \frac{1}{t_1}e^{-t_{\mathrm{m}}/t_1}\right) = 0 \tag{6.47}$$

à condition que :

$$\frac{1}{\tau}e^{-t_{\mathrm{m}}/\tau} - \frac{1}{t_1}e^{-t_{\mathrm{m}}/t_1} = 0 \Longleftrightarrow e^{-t_{\mathrm{m}}/T} = \frac{t_1}{\tau} \Longleftrightarrow t_{\mathrm{m}} = T\ln\frac{\tau}{t_1} \tag{6.48}$$

Une conséquence intermédiaire est que $\tau > t_1$ pour obtenir un temps positif.

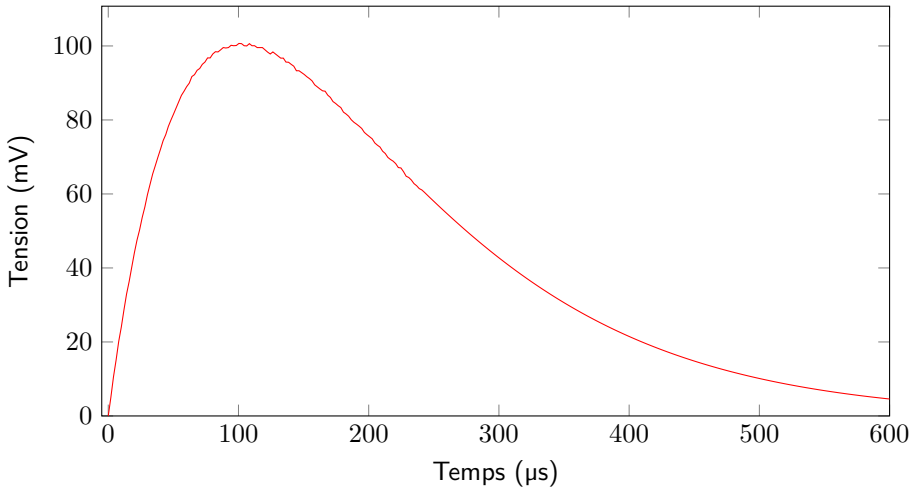
- on peut alors calculer la tension pour $t = t_{\mathrm{m}}$, en se servant de $\dfrac{1}{\tau}e^{-t_{\mathrm{m}}/\tau} = \dfrac{1}{t_1}e^{-t_{\mathrm{m}}/t_1}$:

$$u_{\mathrm{c,m}} = u_{\mathrm{c}}(t = t_{\mathrm{m}}) = \frac{RI_0}{1-\dfrac{\tau}{t_1}}\left(1-\frac{\tau}{t_1}\right)e^{-t_{\mathrm{m}}/t_1} = RI_0e^{-t_{\mathrm{m}}/t_1} \tag{6.49}$$

Il nous reste alors à réaliser les applications numériques. On détermine dans un premier temps la valeur de la résistance à partir de la condition $t_{\mathrm{m}} \simeq t_1$ et la valeur de la tension au maximum :

$$RI_0e^{-1} = u_{\mathrm{c,m}} \Longrightarrow R = \frac{u_{\mathrm{c,m}}e^1}{I_0} = 28\,\mathrm{k\Omega} \tag{6.50}$$

On trouve enfin la capacité du condensateur à l'aide de la valeur de t_{m}. D'après la forme de $u_{\mathrm{c}}(t)$, il est impossible d'avoir $t_1 = \tau$

$$t_{\mathrm{m}} = t_1 = T\ln\frac{\tau}{t_1} \Longleftrightarrow \frac{t_1}{T} = 1 - \frac{t_1}{\tau} = \ln\frac{\tau}{t_1} \tag{6.51}$$

En posant $x = t_1/\tau$, on doit résoudre $1 - x = \ln\dfrac{1}{x} = -\ln x$ soit $\ln x - x + 1 = 0$. Un tracé graphique permet de confirmer la solution évidente $x = 1$. Cela est impossible car alors $u_{\mathrm{c}}(t)0\forall t$. On prend donc $\tau = 1{,}05t_1 = 105\,\mu\mathrm{s}$. On vérifie alors numériquement que $t_{\mathrm{m}} = 102\,\mu\mathrm{s}$, proche de t_1 sans toutefois l'égaler. Alors $C = \dfrac{\tau}{R} = 3{,}8\,\mathrm{nF}$. Commentons que les valeurs obtenues ne sont pas incohérentes avec des valeurs de composants usuels de laboratoire. Traçons enfin la tension aux bornes du condensateur pour confirmer ces résultats :