

4.5) Déflexion magnétique et électrique

1) q . cons, $E = \frac{U}{d} = \frac{105}{1,0 \times 10^{-2}} = 1,05 \times 10^4 \text{ Vm}^{-1}$

2) Champ électrique constant suivant $-\vec{e}_y \Rightarrow \vec{E} = -E\vec{e}_y$ (potentiels décroissants) et vitesse initiale suivant $\vec{e}_x$

↳ Trajectoire parabolique.

Système : électron, réf du labo supposé galiléen.

Forces : force électrique, poids négligé.

(Q1) : $m\vec{a} = -e\vec{E} = +eE\vec{e}_y \Rightarrow \vec{a} = +\frac{eE}{m_e}\vec{e}_y$

Projection suivant $\vec{e}_x$ $\vec{e}_y$ $\begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = +\frac{eE}{m_e} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{x} = v_0 \\ \dot{y} = \frac{eE}{m_e}t \end{cases}$ car $\vec{v}(0) = v_0\vec{e}_x$

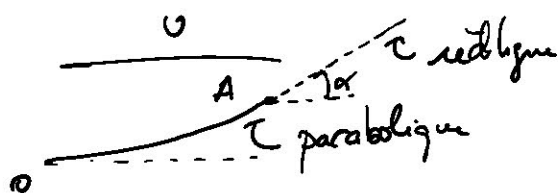
Donc $\begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = \frac{eE}{2m_e}t^2 \end{cases}$ car $\begin{cases} x(0) = 0 \\ y(0) = 0 \end{cases}$

L'équation de la trajectoire s'obtient avec $t = \frac{x}{v_0} \Rightarrow \boxed{y(x) = \frac{eE}{2m_e v_0^2} x^2}$

Donc en sortie de la zone de champ électrique $x = L$

$\Rightarrow$ coordonnées du point $A \left(L, \frac{eEL^2}{2m_e v_0^2} \right)$

3) Faisons un schéma:

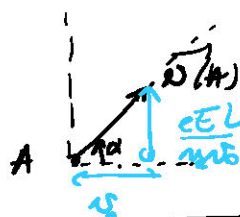


Trajectoire rectiligne au sortie car on néglige l'effet du poids, $m_p \vec{a} = \vec{0}$.

Ainsi pour calculer α , il suffit de considérer le vecteur vitesse au A, car il y aura continuité de la vitesse, et elle sera constante :

$\vec{v}(A) = \begin{pmatrix} v_0 \\ \frac{eEL}{m_e}t_A \end{pmatrix}$ et t_A vérifie $x(t_A) = v_0 t_A = L \Rightarrow t_A = \frac{L}{v_0}$

$\Rightarrow \vec{v}(A) = \begin{pmatrix} v_0 \\ \frac{eEL}{m_e v_0} \end{pmatrix}$



Donc $\tan(\alpha) = \frac{\frac{eEL}{m_e v_0}}{v_0} = \frac{eEL}{m_e v_0^2} = \tan(\alpha) \quad \underline{\text{AN:}}$

Donc $\tan(\alpha) = \frac{eEL}{m_e v_0^2} = \boxed{\frac{eEL}{m_e v_0^2} = \tan(\alpha)}$ AN: $\tan(\alpha) = 0,37$
 $\alpha = 20^\circ$

4) Une fois sorti du condensateur, trajectoire rectiligne uniforme car $m_e \vec{a} = \vec{0}$ donc $\vec{v} = \text{cte}$. L'équation de la droite s'obtient en se rappelant que la pente est $\tan(\alpha)$!

Donc $y(x) = y_A + \tan(\alpha)(x - x_A)$

$y(x) = \frac{eEL^2}{2m_e v_0^2} + \frac{eEL}{m_e v_0^2} (x - L)$

5) Pour déterminer la position de l'impact, on se sert du fait que l'écran est au $x = L + D$

$\Rightarrow y(L+D) = \frac{eEL^2}{2m_e v_0^2} + \frac{eEL}{m_e v_0^2} D$

$= \frac{eEL}{2m_e v_0^2} (L + 2D) \stackrel{E=U/d}{=} \boxed{\frac{eL(L+2D)}{2m_e v_0^2 d} U}$

Donc la position verticale est proportionnelle à U .

$\Rightarrow$ c'est le principe des oscilloscopes cathodiques !

6) L'enjeu est d'essayer de trouver le champ magnétique à appliquer pour que l'électron arrive au point A avec le même angle au sortie. Donc on doit trouver $A \left(\frac{L}{\frac{eEL^2}{2m_e v_0^2}} \right)$ et $\tan(\alpha) = \frac{eEL}{m_e v_0^2}$

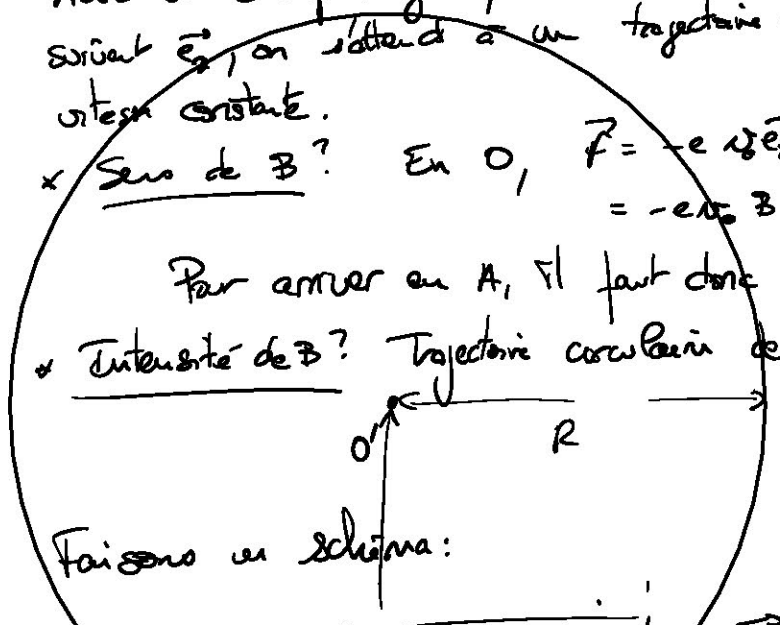
Avec un champ magnétique soivant $\pm \vec{e}_y$ et une vitesse initiale soivant $\vec{e}_x$, on s'attend à une trajectoire circulaire à norme de vitesse constante.

* Sens de B? En O, $\vec{F} = -e v_0 \vec{e}_x \wedge \epsilon B \vec{e}_y$ ($\epsilon = \pm 1$)
 $= -e v_0 B \epsilon (-\vec{e}_y) = +e v_0 B \epsilon \vec{e}_y$

Par arriver en A, il faut donc $\epsilon = +1 \Rightarrow \boxed{\vec{B} = B \vec{e}_y}$.

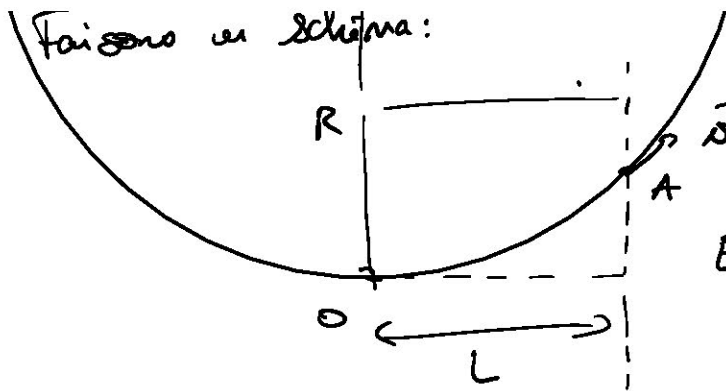
* Intensité de B? Trajectoire circulaire de rayon $R = \frac{v_0}{\omega_c} = \frac{v_0}{\frac{eB}{m_e}}$
 $= \frac{m_e v_0}{eB}$ (cf. com).

Faisons un schéma:



le centre du cercle
 $(x, y) = (0, 0)$

Faisons un schéma:



Le centre du cercle est en $O'(x=0, y=R)$.

Equation de trajectoire
 $(y-R)^2 + x^2 = R^2$

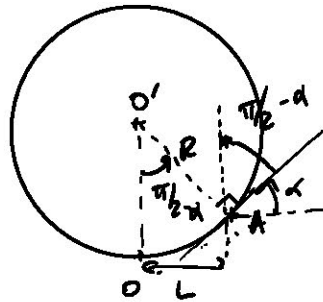
Donc il faut vérifier

$$R^2 = x_A^2 + (y_A - R)^2$$

$$R^2 = L^2 + \left(\frac{eEL^2}{2mv_0^2} - R \right)^2$$

D'autre part on peut chercher l'angle de la tangente au cercle en A

D'après les angles alternes-internes $\widehat{OO'A} = \frac{\pi}{2} - \alpha$.



Donc $\tan(\alpha) = \frac{L}{R}$

$\Rightarrow R = \frac{mv_0 \sin(\alpha)}{eB} = \frac{L}{\sin(\alpha)}$

$\Rightarrow B = \frac{mv_0 \sin(\alpha)}{eL} = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ T}$

Cependant, le point atteint en $x=L$ ne sera pas A:

$R^2 = L^2 + (y-R)^2 \Rightarrow (y-R)^2 = R^2 - L^2 \Rightarrow y-R = \pm \sqrt{R^2 - L^2}$

On veut la solution $< R \Rightarrow y = R - \sqrt{R^2 - L^2}$
 $= \frac{L}{\sin(\alpha)} - \sqrt{\left(\frac{L}{\sin(\alpha)} \right)^2 - L^2} = 1,39 \text{ cm}$

Donc que $y_A = \frac{eEL^2}{2mv_0^2} = \frac{L \tan(\alpha)}{2} = 0,37 \text{ cm}$.

La seule solution est donc de modifier également le voltage initial: on pourrait se contenter de 1 paramètre (l'intensité du champ $\vec{B}$) ne suffit pas à régler le pas le passage par A et l'angle au centre.