Le champ magnétique et son action

Questions de cours :

- Carte de champ magnétique, lignes de champ, quelques propriétés. Exemple du fil, de la spire de courant et de l'aimant droit.
- Champ magnétique : ordre de grandeur d'intensité du champ magnétique (terrestre, aimant, appareil d'IRM), 3 exemples de systèmes permettant la création de champ magnétique quasi-uniforme.
- Moment magnétique : définition, unité, ordre de grandeur pour un aimant, lignes de champ.
- Force de Laplace : expression élémentaire, origine, cas du rail de Laplace.
- Mouvement de rotation d'une spire rectangulaire : explications qualitative, expression du couple à l'aide du moment magnétique.

Capacités exigibles du BO :

- Exploiter une représentation graphique d'un champ vectoriel, identifier les zones de champ uniforme, de champ faible, et l'emplacement des sources.
- Décrire un dispositif permettant de réaliser un champ magnétique quasi uniforme.
- Connaître des ordres de grandeur de champs magnétiques : au voisinage d'aimants, dans un appareil d'IRM, dans le cas du champ magnétique terrestre.
- Évaluer l'ordre de grandeur d'un champ magnétique à partir d'expressions fournies.
- Définir le moment magnétique associé à une boucle de courant plane.
- Par analogie avec une boucle de courant, associer à un aimant un moment magnétique.
- Connaître un ordre de grandeur du moment magnétique associé à un aimant usuel.
- Connaître l'expression de la résultante des forces de Laplace dans le cas d'une barre conductrice placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire.
- Évaluer la puissance des forces de Laplace.
- Connaître l'expression du moment du couple subi en fonction du champ magnétique extérieur et du moment magnétique de la spire rectangulaire.

Expériences :

- Expérience d'Oersted ;
- Solénoïde et sonde à effet Hall ;
- Rails de Laplace ;
- Cadre et moteur ;

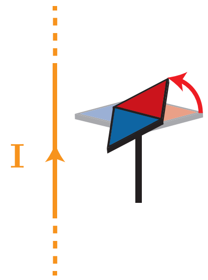
En physique, on introduit constamment des grandeurs que l'on peut appeler **champ** : un champ est une grandeur qui dépend de la position M et du temps t. On en distingue deux sortes :

- les **champs scalaires** comme la température $T(M,t)$ ou la pression $P(M,t)$ à la surface du globe ;
- les **champs vectoriels** qui sont définis par trois nombres, les coordonnées d'un vecteur dans un espace en 3D. On peut citer le champ de vitesse du vent $\vec{v}(M,t)$, ou encore le champ magnétique $\vec{B}(M,t)$ dont on va étudier ses effets dans ce chapitre.

I. Création et observation d'un champ

I.1 Expérience d'Oersted

Parmi les expériences mettant en évidence un champ magnétique, on peut noter celle d'Oersted qui a observé l'influence du passage du courant électrique dans un fil : une boussole à proximité est déviée. Il a même effectué plusieurs constatations :



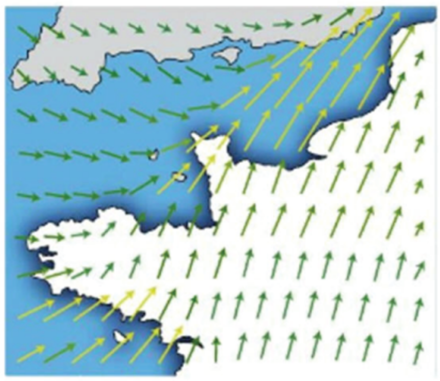
- plus le courant est fort, plus l'effet semble important ;
- il y a une complète invariance par rotation autour du fil ;
- l'effet s'estompe avec l'éloignement.

L'ensemble de ces observations est dû au fait que le passage d'un courant crée un champ magnétique tout autour du fil. Une première conclusion est que **l'observation d'un champ n'est possible qu'en constatant son effet** ; c'est d'ailleurs pareil pour la vitesse du vent ou le champ gravitationnel $\vec{g}(M,t)$!

I.2 Topographie du champ magnétique

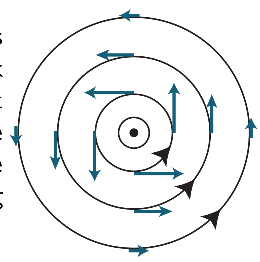
a) Carte de champ

Lorsqu'il s'agit d'un champ scalaire, on représente souvent les zones où la valeur du champ est constante (exemple : surfaces isobares ou isothermes d'une carte de météo, comme celle coloriée ci-dessous). Pour un champ vectoriel, on peut faire la même chose : en de multiples points de l'espace on représente un vecteur indiquant une certaine orientation et une certaine intensité.



b) Lignes de champ

On privilégie surtout la direction du champ à son intensité, on introduit alors les **lignes de champ** : ce sont les courbes qui sont en tout point tangentes aux vecteurs représentés précédemment. Pour le cas du fil, on peut noter qu'il s'agit de cercles concentriques, orientés dans le sens trigonométrique si le fil est dirigé vers l'extérieur de la feuille. Si on regarde à différents endroits du fil, on observe les mêmes lignes de champ, traduisant une **invariance par translation** le long du fil.

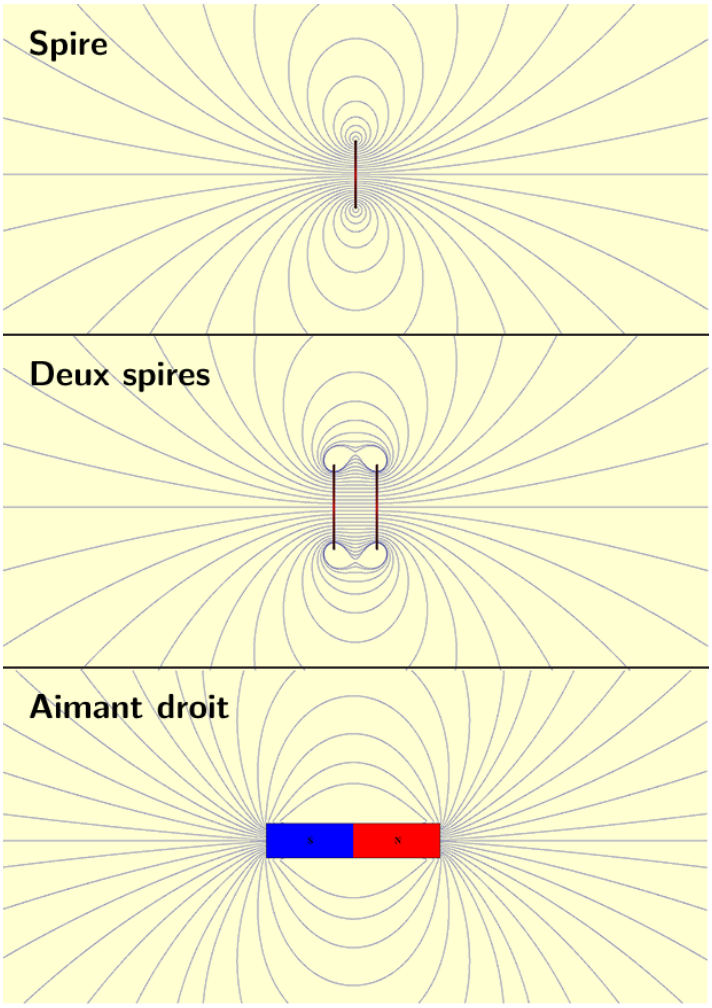


Quelques propriétés

*

- Les lignes de champ magnétique sont des **courbes orientées** qui enlacent les sources de courant, elles sont **généralement fermées** ;
- les lignes de champ ne peuvent jamais converger ou diverger vers un unique point, ni se couper ;
- l'orientation de ces lignes n'est pas arbitraire mais suit une **règle de la main droite** : si on met la main droite le long d'une ligne de courant orientée de la paume vers les bouts des doigts, le pouce donne le sens du courant ;
- si l'on se déplace le long d'une ligne de champ, l'**évolution de l'écartement de cette ligne avec les lignes de champ voisines est liée à l'évolution de la norme du champ magnétique** : la norme augmente si les lignes se resserrent, et inversement (attention, on ne peut pas vraiment comparer l'intensité du champ pour des points éloignés d'une même carte de champ) ;
- si la source de champ magnétique présente une invariance par rotation autour d'un axe, il en est de même pour la carte de champ (de même pour une invariance par translation).

c) Exemples à connaître



*

- pour la spire : les lignes s'enroulent bien selon la règle de la main droite, et le champ sortant de la spire est également orienté comme pour la règle de la main droite (on suit le courant avec la main, le pouce donne la direction du champ) ;
- pour la combinaison de plusieurs spires, on constate qu'on peut arriver à créer une zone de l'espace où le champ est relativement uniforme ;
- pour l'aimant : par convention on parle de pôle **Nord pour le lieu où les lignes de champ partent**, et Sud le lieu où les lignes de champ rentrent.

I.3 Intensité du champ magnétique

a) Ordres de grandeur

Le champ magnétique a une unité un peu compliquée : N·A^{-1}·m^{-1}, on utilise plutôt le **tesla** en hommage au physicien du même nom qui a étudié de nombreux phénomènes magnétiques. Quelques ordres de grandeurs sont à connaître :

- un fil parcouru par un courant de 1 A éloigné de 1 cm : 10^{-5} T ;
- le champ magnétique terrestre : $\sim$ 3·10^{-5} T (dépend du lieu) ;
- un aimant permanent à température usuelle : de 0,1 T à 1 T ;
- un aimant supraconducteur d'un appareil à IRM (refroidi à l'Hélium liquide) : plusieurs teslas !

b) Cas du solénoïde

Champ magnétique d'un solénoïde

*

Un cas particulier à connaître est la bobine constituée de N spires jointives (collées) de rayon r, de même axe, le tout sur une longueur ℓ et parcourue par un courant d'intensité I. Si cette bobine est longue (typiquement $\ell \gg r$), on parle de **solénoïde**, et le champ à l'intérieur est **uniforme** et vaut

$$\boxed{B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I = \mu_0 n I}$$

où $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ H·m^{-1} est appelée permittivité magnétique du vide et n la densité linéique de spires.

Exercice

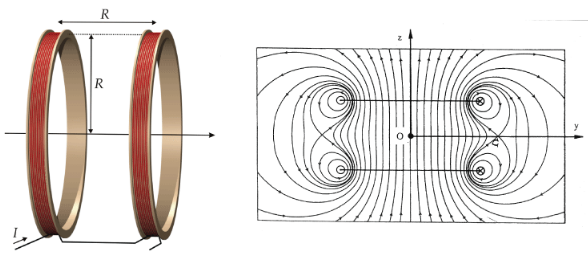
Calculer l'ordre de grandeur du champ magnétique produit par un solénoïde de 1000 spires, de longueur 10 cm parcouru par un courant de 1 A

Champ de l'ordre de $B = 2{,}5{\cdot}10^{-2}$ T.

c) Création de champ magnétique uniforme

Pour créer un champ magnétique uniforme on peut utiliser :

- une **bobine longue** ;
- l'**entrefer d'un aimant en U** ;
- **deux bobines plates placées en configuration dite de Helmholtz** : même intensité du courant, même sens du courant, et les deux bobines sont distantes de $D = R$ avec R le rayon de la bobine, comme illustré ci-dessous :

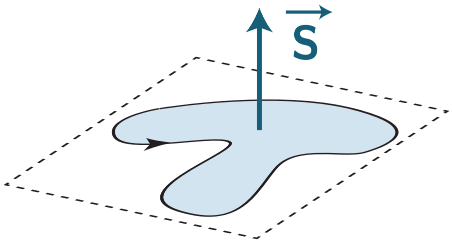


II. Notion de moment magnétique

On vient de voir que les lignes de champ sont relativement identiques pour une spire de courant, une bobine, et un aimant, à grande distance devant la taille caractéristique de l'objet. Comment peut-on les comparer plus quantitativement ?

II.1 Vecteur surface

À une surface fermée, plane, et dont **le contour est orienté**, on définit un vecteur surface $\vec{S}$ tel que :



- $\left\|\vec{S}\right\| = S$ est l'aire de la surface ;
- le vecteur est dirigé perpendiculairement à la surface ;
- le sens est donné par la règle de la main droite ;

II.2 Moment magnétique

a) Spire de courant

Définition : moment magnétique

* À une spire plane parcourue par un courant I, on associe un **moment magnétique**

$$\boxed{\vec{m} = I\vec{S}} \tag{1.1}$$

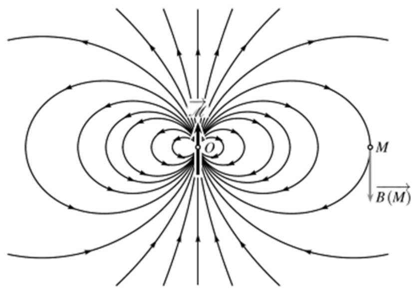
où $\vec{S}$ est le vecteur surface associé à la spire orientée dans le même sens que I. La norme de $\vec{m}$ s'exprime en A·m^2. Un des intérêts de définir cette grandeur est que **le champ magnétique associé à cette spire est proportionnel à** $\|\vec{m}\|$.

b) Analogie avec un aimant

On peut étendre la notion de moment magnétique à des aimants, même si ces derniers ne sont pas véritablement parcourus par des courant. Le vecteur moment magnétique est **orienté du pôle sud vers le pôle nord**. L'ordre de grandeur est d'environ 10 A·m^2 pour un petit aimant (à connaître), et 7,9·10^{22} A·m^2 pour la Terre (le pôle nord magnétique étant le pôle sud géographique, d'ailleurs...) !

c) Lignes de champ d'un moment magnétique

* On retiendra que les lignes de champ d'un moment magnétique sont identiques à celle d'une bobine, d'une spire, d'un aimant, dès lors que l'on regarde à grande distance de la source. Ainsi on ne représente généralement que le vecteur $\vec{m}$ et la source est considérée comme localisée en un point O.



III. Action d'un champ magnétique

Expérience introductive avec les rails de Laplace.

On peut constater sur l'expérience des rails de Laplace qu'un champ magnétique peut engendrer un mouvement, en contradiction avec le fait que la force de Lorentz magnétique ne travaille pas ! On en comprendra vraiment l'origine que lorsque l'on traitera des phénomènes d'induction.

III.1 Force de Laplace

Force de Laplace

$*$ Si on considère un tronçon de fil de longueur $\mathrm{d}\vec{\ell}$ alimenté par courant I et plongé dans un champ magnétique extérieur $\vec{B}$ constant, il s'exerce sur ce fil une force à distance appelée **force élémentaire de Laplace** :

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{F_L} = I\mathrm{d}\vec{\ell} \wedge \vec{B}} \qquad (1.2)$$

- Le champ créé par le passage du courant dans le fil n'est pas ressenti dans le fil : il n'y a donc pas d'action mécanique associée ;
- pour calculer la contribution complète à un circuit, il suffit d'intégrer :

$$\vec{F_L} = \int_{(C)} I\mathrm{d}\vec{\ell} \wedge \vec{B}$$

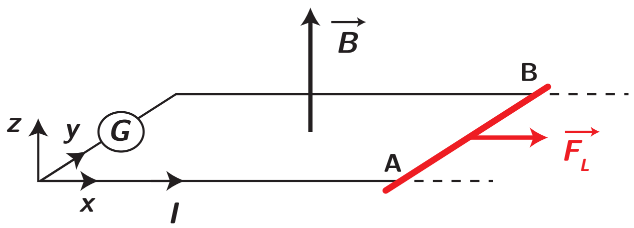
- enfin cette force de Laplace est **liée originellement à la force de Lorentz subie par les électrons**. En effet, la force de Laplace élémentaire correspond à la force de Lorentz pour la charge $\mathrm{d}q = i\mathrm{d}t$ circulant pendant $\mathrm{d}t$ dans le conducteur de longueur $\mathrm{d}\vec{\ell} = \vec{v}\mathrm{d}t$

$$\mathrm{d}\vec{F}_{\text{lor}} = \mathrm{d}q\vec{v} \wedge \vec{B} = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t\vec{v} \wedge \vec{B} = i\mathrm{d}\vec{\ell} \wedge \vec{B}$$

Voyons sur plusieurs exemples les mouvements que l'on peut provoquer.

III.2 Mouvement de translation : exemple des rails de Laplace

a) Force de Laplace subie par une tige en translation



Les autres portions du circuit subissent également une force de Laplace, mais cette portion est fixée, et le support exerce ainsi une force de même norme et de sens opposé pour compenser.

$*$ Prenons le cas d'un circuit rectangulaire fermé électriquement par une barre conductrice mobile. L'ensemble du circuit est plongé dans un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{e_z}$ uniforme, stationnaire et perpendiculaire à la surface du circuit. Calculons la force de Laplace :

$$\vec{F_L} = \int_{\text{barre}} I\mathrm{d}\vec{\ell} \wedge \vec{B} = I\left(\int_A^B \mathrm{d}\vec{\ell}\right) \wedge \vec{B} = \boxed{I\vec{AB} \wedge \vec{B}}$$

On a donc, avec $\vec{AB} = a\vec{e_y}$ $\vec{F_L} = Ia\vec{e_y} \wedge B\vec{e_z} = IaB\vec{e_x}$. Cette force est constante, ainsi sans frottements la barre ne devrait qu'accélérer (peu réaliste).

b) Puissance des forces de Laplace

Exercice

Calculer la puissance développée par cette force. Commenter.

$P_L = \vec{F_L} \cdot \vec{v} = IaB\dot{x} > 0$. Il s'agit bien d'une force motrice : dans le principe, il s'agit là d'un "moteur" linéaire.

III.3 Mouvement de rotation

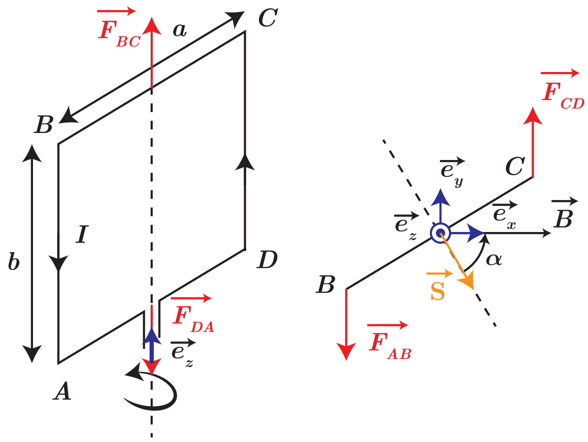
a) Cas d'une spire rectangulaire

Considérons le cas un peu plus complexe où un cadre métallique est libre de tourner autour d'un axe. Il est parcouru par un courant I constant et est soumis à un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\vec{e_x}$, orthogonal à l'axe de rotation. Pour chaque portion droite du cadre est associée une force de Laplace, comme dans le paragraphe précédent.

Exercice

Sur le schéma qui suit, représenter le sens des forces de Laplace.

* La somme de ces forces est nulle car seul change le sens du courant dans les portions AB et CD d'une part, BC et DA d'autres part : il n'y a aucun mouvement de translation.



Vue en perspective **Vue de dessus**

Cependant on constate que les forces $\vec{F}_{AB}$ et $\vec{F}_{CD}$ forment un **couple** qui va permettre la rotation de la spire autour de l'axe $\vec{e_z}$ jusqu'à ce que cette dernière ait son vecteur surface $\vec{S}$ (orienté dans le même sens que I par convention) aligné avec $\vec{B}$:

On rappelle que pour un couple de force d'intensité F et dont les droites d'actions sont distantes de d, la norme du couple vaut $\Gamma = Fd$.

*
$$\vec{\Gamma_L} = \left\|\vec{F}_{AB}\right\|(a\sin\alpha)\vec{e_z} = IbBa\sin\alpha\vec{e_z} \tag{1.3}$$
car $a\sin\alpha$ est la distance entre les deux droites d'action du couple de ces forces.

Exercice

En exprimant le moment magnétique de la spire, vérifier que le moment du couple s'exprime simplement par $\vec{\Gamma_L} = \vec{m}\wedge\vec{B}$.

Le moment magnétique de la spire s'écrit $\vec{m} = I\vec{S}$, puis $\vec{m}\wedge\vec{B} = ISB\sin(\vec{S},\vec{B})\vec{e_z} = IabB\sin\alpha\vec{e_z} = \vec{\Gamma_L}$.

b) Puissance des actions de Laplace

En notant $\omega = \dot{\alpha}$ la vitesse angulaire, la puissance associée à ce couple vaut

$$P_L = \Gamma_L\omega = MB\sin\alpha\dot{\alpha} > 0 \tag{1.4}$$

On retrouve là encore un effet "moteur". Néanmoins on ne peut pas faire plus d'un demi-tour, sauf si on change le sens du courant : cela sera étudié au chapitre ICE3 pour le moteur à courant continu.

c) Action d'un champ sur un moment magnétique

Moment de force associé à un moment magnétique

De manière générale, un moment magnétique $\vec{m}$ soumis à un champ magnétique $\vec{B}$ subit un moment de force (couple) d'expression :

$$\boxed{\vec{\Gamma} = \vec{m}\wedge\vec{B}} \tag{1.5}$$

Ce moment de force a pour influence d'aligner $\vec{m}$ dans le sens du champ magnétique $\vec{B}$.

Remarquons que deux positions annulent ce couple, lorsque $\vec{m}$ et $\vec{B}$ sont parallèles ou opposés : seule la position parallèle est une position stable. En effet, on peut montrer que l'énergie potentielle associée à ce couple se met sous la forme

$$E_p = -\vec{m} \cdot \vec{B} \tag{1.6}$$

minimale si les deux vecteurs sont parallèles.

Exercice

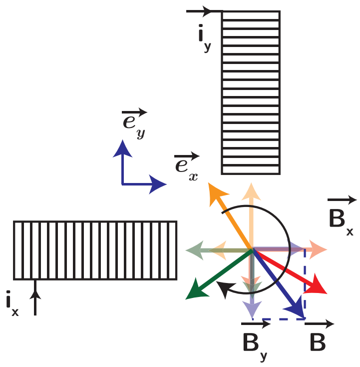
Préciser le sens du moment magnétique d'une boussole lorsqu'elle indique le Nord.

On a vu que la Terre se comportait comme un moment magnétique orienté du Nord vers le Sud géographique. Donc à la surface terrestre, le champ magnétique est orienté vers le Nord géométrique, orientation du moment magnétique de la boussole.

d) Vers l'obtention de moteurs

On peut se servir du fait qu'un moment magnétique cherche à s'aligner avec le champ magnétique pour créer des moteurs : si ce dernier admet une orientation changeante, il sera possible d'effectuer des mouvements de rotation.

*



Le plus simple consiste à prendre deux bobines alimentées par un courant alternatif déphasé de $\frac{\pi}{2}$: $i_x = i_0 \cos \omega t$ et $i_y = i_0 \sin \omega t$. On a alors un champ total

$$\vec{B} = \vec{B}_x + \vec{B}_y = K i_0 \left(\cos \omega t \vec{e_x} + \sin \omega t \vec{e_y} \right) = K i_0 \vec{e_r} \tag{1.7}$$

en introduisant une base locale polaire où $\theta = \omega t$. Le champ tourne donc au cours du temps à la vitesse angulaire ω. Un aimant ou une boussole cherche constamment à suivre le champ, avec plus ou moins de retard, ce qui permet un mouvement de rotation. Rendez-vous au chapitre ICE3 pour en savoir davantage !

Exercices

1.1 Champ créé par une bobine longue

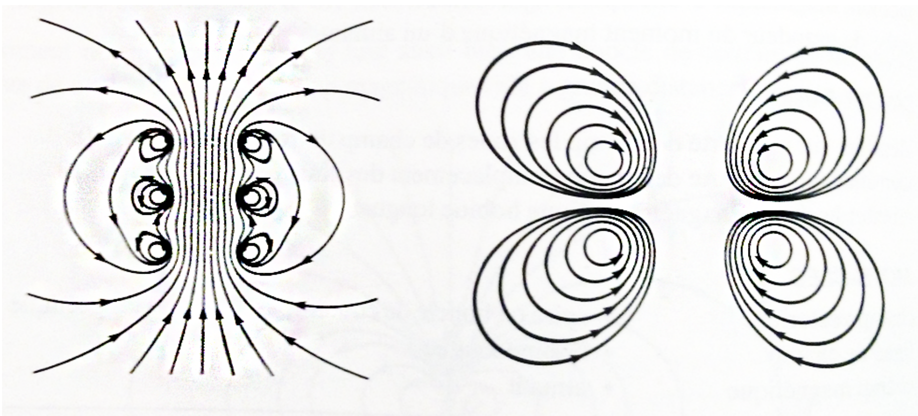
On considère une bobine de longueur $L = 60\,\text{cm}$, de rayon $R = 4\,\text{cm}$, parcouru par un courant d'intensité $I = 0{,}6\,\text{A}$.

1. La formule du champ magnétique dans un solénoïde est-elle valable ?

2. On souhaite obtenir un champ de $1\,\text{mT}$. Déterminer le nombre de couches de bobinages si un fil de cuivre isolé a une épaisseur de $e = 1{,}5\,\text{mm}$.

1.2 Carte de champ

Dans les cartes de champ magnétique suivantes, où le champ est-il le plus intense ? Où sont placées les sources ? Préciser le sens du courant. Dans la figure de droite, représenter l'allure des lignes de champ si on inverse le courant pour l'une des sources.



1.3 Rails de Laplace en pente

On reprend la situation des rails de Laplace, mais au lieu d'être horizontaux, ils font un angle α avec l'horizontale. Le champ magnétique est constant et uniforme, vertical, dirigé vers le haut. On prendra pour les applications numériques $B = 150\,\text{mT}$, $m = 8{,}0\,\text{g}$ et $\ell = 12\,\text{cm}$ respectivement le champ magnétique uniforme que subit la tige, sa masse et sa longueur. On négligera les frottements.

1. Faire un schéma du montage en précisant le sens du courant pour que la force permette au barreau mobile de monter le long des rails.

2. Calculer la valeur de i pour que le barreau monte à vitesse constante (on imagine qu'on lui donne une petite impulsion).

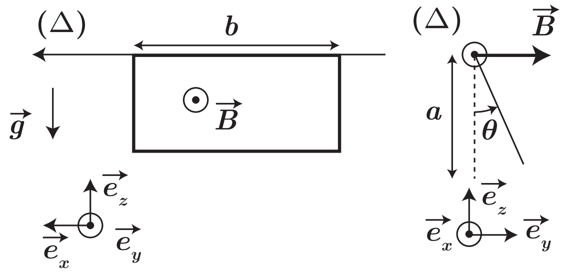
3. Calculer la puissance des forces de Laplace sur le barreau s'il met $0{,}5\,\text{s}$ pour augmenter son altitude de $10\,\text{cm}$.

1.4 Aimant en équilibre

Considérons la situation où un aimant très fin, de moment magnétique $\vec{m}$ et de masse m, est posé en équilibre sur une pointe en O tel que $d = OG$. Il est soumis à un champ magnétique $\vec{B}$ de direction opposée au champ gravitationnel terrestre $\vec{g}$. Que doit valoir d pour que l'aimant reste en équilibre horizontal ?

1.5 Action mécanique sur un cadre

Considérons un cadre rectangulaire (largeur a et hauteur b) conducteur pouvant tournant autour d'un d'axe horizontal $(\Delta) = (O, \overrightarrow{e_x})$. De masse m, son moment d'inertie par rapport à l'axe est noté J. On impose un courant I constant dans le cadre tournant dans le sens horaire autour de $\overrightarrow{e_y}$, et un champ magnétique $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{e_y}$, homogène et stationnaire, de direction perpendiculaire à (Δ).



1. Effectuer un schéma en positionnant les forces de Laplace associées, ainsi que les couples attendus.
2. Déterminer les positions d'équilibre et leur stabilité, en fonction de la valeur de l'intensité I. On pourra utiliser une méthode énergétique.
3. On écarte légèrement le cadre de sa position d'équilibre. Quelle est la pulsation des petites oscillations alors observées ? On se placera dans le cas de l'approximation des petits angles.
4. Trouver la nouvelle position d'équilibre pour $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{e_z}$, le reste étant inchangé.