–ICE2–

Lois de l'induction et applications à des circuits fixes

Sommaire

Questions de cours :

- Citer la loi de Lenz, la loi de Faraday, et appliquez-les au cas d'un aimant que l'on approche d'une spire fermée conductrice.
- Auto-induction : présentation du phénomène, calcul de l'inductance propre d'un solénoïde. Tension aux bornes d'un solénoïde en convention récepteur (en expliquant).
- Induction mutuelle : présentation du phénomène, calcul de l'inductance mutuelle entre deux bobines imbriquées. Applications.
- Le transformateur : présentation, démonstration de la relation entre les tensions, applications et limitations.

Capacités exigibles du BO :

- Évaluer le flux d'un champ magnétique uniforme à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté plan.
- Décrire, mettre en oeuvre et interpréter des expériences illustrant les lois de Lenz et de Faraday.
- Utiliser la loi de Lenz pour prédire ou interpréter les phénomènes physiques observés.
- Utiliser la loi de Faraday en précisant les conventions d'algébrisation.
- Différencier le flux propre des flux extérieurs.
- Utiliser la loi de modération de Lenz.
- Évaluer et connaître l'ordre de grandeur de l'inductance propre d'une bobine de grande longueur, le champ magnétique créé par une bobine infinie étant donné.
- Conduire un bilan de puissance et d'énergie dans un système siège d'un phénomène d'auto-induction en s'appuyant sur un schéma électrique équivalent.
- Connaître des applications dans le domaine de l'industrie ou de la vie courante pour deux bobines en interaction.
- Établir le système d'équations en régime sinusoïdal forcé en s'appuyant sur des schémas électriques équivalents pour deux bobines en interaction.
- Établir la loi des tensions pour le transformateur de tension.
- Conduire un bilan de puissance et d'énergie.

Expériences :

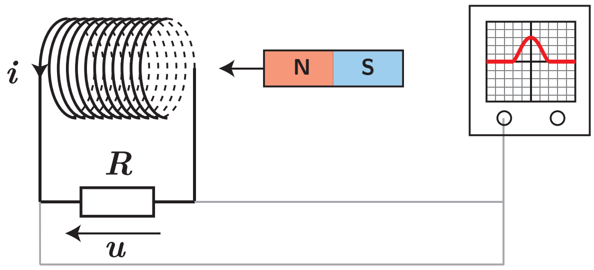
- Aimant permanent avec une bobine reliée à un oscilloscope ;

On a vu dans le chapitre précédent comment créer un champ magnétique, mais également comment s'en servir pour effectuer des actions mécaniques via les forces de Laplace. Néanmoins un aspect très utilisé aujourd'hui, et découvert par Faraday en 1831 concerne l'obtention d'une tension et éventuellement d'un courant *via* un champ magnétique.

I. Les lois de l'induction

I.1 Expériences qualitatives

Branchons une bobine à une résistance variable, et l'on observe à l'oscilloscope la tension aux bornes de la résistance (permettant ainsi de mesurer le courant traversant le circuit). Si on approche ou éloigne le pôle Nord d'un aimant, une tension est clairement observable à l'oscilloscope ; le même constat peut être fait si on laisse l'aimant fixe mais que l'on déplace la bobine.



* Ceci nous permet de conclure qu'il y a apparition d'un courant dans un circuit fermé alors même qu'il n'y a aucun générateur. On met ici en évidence un phénomène d'**induction électromagnétique** : la **variation de champ magnétique** traversant le circuit est la cause d'un courant appelé **courant induit** dans un circuit fermé, mais également d'une tension appelée **fém induite** aux bornes d'un circuit ouvert.

Notons qu'il ne s'agit en réalité que d'un changement de point de vue dans le cas de notre aimant : soit on se place dans le référentiel de l'aimant, soit celui de la bobine !

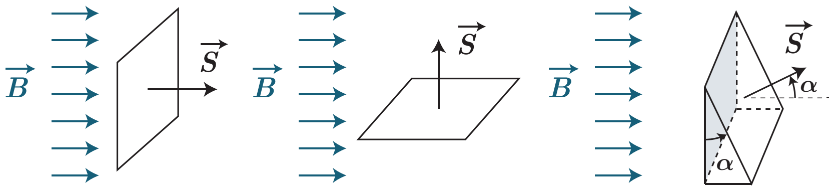
La dernière observation permet de conclure qu'il existe deux types de phénomènes d'induction :

- soit le circuit est fixe et le champ magnétique dépend du temps, on parle alors d'**induction de Neumann** ;
- soit le circuit est mobile, et le champ magnétique est stationnaire, on parle alors d'**induction de Lorentz**, étudiée principalement au prochain chapitre.

I.2 Notion de flux magnétique

On vient de constater l'importance du sens du champ magnétique au niveau de la bobine. On constate aussi que l'inclinaison de la bobine diminue l'effet, voire le rend inexistant si le champ magnétique est perpendiculaire à l'axe de la bobine. Cherchons donc à quantifier la quantité de champ magnétique qui traverse un circuit. Pour faire simple, considérons un champ magnétique uniforme, et une spire orientée de vecteur surface $\vec{S}$:

*
- si $\vec{B}$ et $\vec{S}$ sont alignés, toute la surface de la spire est traversée par le même champ, et l'on peut alors introduire la quantité $\Phi = B \times S$ comme étant le flux du champ magnétique à travers la spire, qui est d'autant plus grande que l'aire est importante ;
- de même, si $\vec{B}$ est orienté dans le sens opposé à $\vec{S}$, on pourra dire que $\Phi = -BS$;
- si $\vec{B}$ et $\vec{S}$ sont perpendiculaire, le champ magnétique semble contourner complètement la spire, sans la traverser, le flux sera alors nul.



* Qu'en est-il dans un cas intermédiaire ? Dans le cas où existe un angle entre $\vec{B}$ et $\vec{S}$, la surface équivalente traversée par le champ magnétique vaut $S\cos\alpha$, et le flux vaut alors $\Phi = BS\cos\alpha$.

Flux du champ magnétique

* Le flux d'un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme à travers une surface fermée définie par un vecteur surface $\vec{S}$ s'exprime via :

$$\boxed{\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S}} \tag{2.1}$$

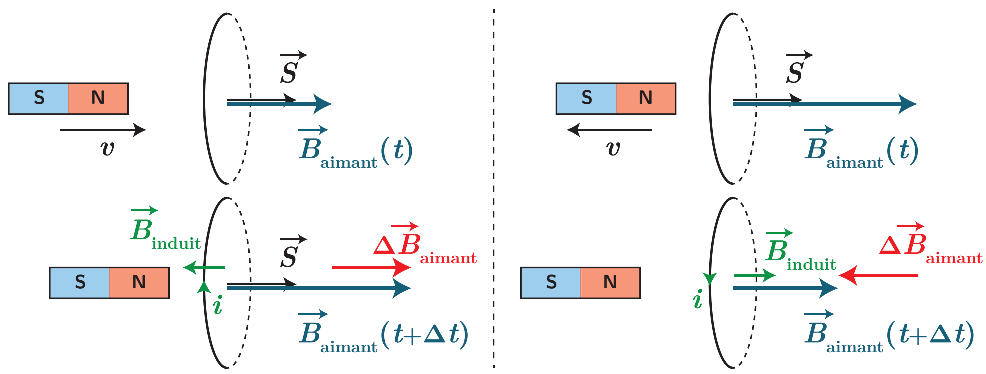
Cette grandeur physique est homogène à des T$\cdot$m^2, mais on introduit une nouvelle unité, le Weber, de symbole Wb.

Si $\vec{B}$ dépend de l'espace, on peut alors calculer le flux en découpant la surface en une infinité de surfaces élémentaires de vecteur surface $\mathrm{d}\vec{S}$ et sommer l'ensemble des flux élémentaires :

$$\phi = \iint_{(S)} \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{S} \tag{2.2}$$

I.3 Interprétation qualitative : loi de Lenz

* Observons de plus près les résultats obtenus : le signe de la tension, et donc le sens du courant induit, dépend de l'orientation du champ magnétique et de sa variation. Lorsqu'on approche le pôle Nord de l'aimant, le flux du champ magnétique augmente et le courant est orienté dans le sens horaire par rapport au vecteur surface. Cela conduit à la création d'un champ magnétique induit qui tend à s'opposer à cette variation de champ.



À l'inverse, lorsque l'aimant s'éloigne de la spire, et donc que le flux de son champ magnétique diminue, le courant induit est de sens opposé et le champ magnétique induit tend à compenser également la diminution de champ magnétique.

Cela se traduit sous un principe de modération :

Loi de Lenz

* Les effets produits par un phénomène d'induction s'opposent aux causes qui leur ont donné naissance.

Ici, la cause est la variation de champ magnétique dû au déplacement de l'aimant, l'effet est le courant induit qui crée un champ magnétique qui s'oppose à cette variation de champ magnétique.

I.4 Interprétation quantitative : loi de Faraday

On observe enfin que l'intensité du courant est liée à la rapidité avec laquelle on déplace l'aimant : plus la variation est rapide, plus le courant dans le circuit fermé est grand, en valeur absolue.

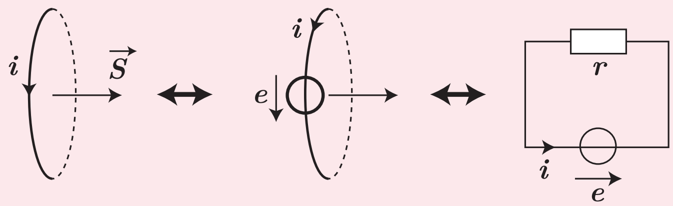
Faraday constata que le courant induit obtenu est équivalent à l'introduction dans le circuit d'un générateur fictif de tension e, encore appelée **force électromotrice induite** (ou fém induite) :

Loi de Faraday

* L'expression de la fém induite liée à la variation de flux du champ magnétique à travers une surface orientée est donnée par la **loi de Faraday** :

$$\boxed{e = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}} \tag{2.3}$$

Il faut prendre garde aux conventions d'orientation : le calcul du flux est lié à l'orientation du contour et donc du vecteur surface. Il en va de même de la fém dont **le sens de la tension est le même que l'orientation du contour**. Cela joue un rôle dès qu'on veut traduire sur un circuit électrique les conséquences des phénomènes inductifs.



Néanmoins, le sens choisi pour orienter le contour est arbitraire, mais cela ne change évidemment pas le résultat physique (si on orientait dans le sens contraire, Φ changerait de signe, mais e également).

Exercice

Retrouver via la loi de Faraday le sens du courant tel qu'observé dans l'expérience précédente où l'on approche la face Nord de l'aimant en direction de la verticale d'une spire.

En orientant la spire dans le même sens que ci-dessus, et avec un aimant se déplaçant de la gauche vers la droite, $\Phi = BS$ croît. Donc $\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} > 0$ et $e < 0$, donc le courant est positif dans le sens opposé au sens choisi pour la spire.

II. Auto-induction ou induction propre

II.1 Exemple du solénoïde (démo à connaître)

Considérons dans un premier temps un solénoïde d'axe $(O, \vec{e_x})$ alimenté par un générateur de tension. Dans le cas où cette tension est variable, un phénomène d'induction se produit, que l'on qualifie d'**auto-induction** ou **induction propre**.

* **Qualitativement**, un champ magnétique $\vec{B} = \mu_0 n i(t) \vec{e_x}$ est créé et traverse chacune des spires constitutives du solénoïde. Il existe donc un flux variable au travers de ce circuit, donc une fém induite ; comme le circuit est fermé, on a alors un courant induit, et d'après la loi de Lenz, il va produire un champ magnétique dont la direction va s'opposer aux variations de champ "propre" à la bobine. Ainsi le circuit agit sur lui-même.

Démonstration

On peut aller plus loin en calculant le flux de ce champ, appelé **flux propre** Φ_p car lié au champ créé par le circuit source du champ magnétique :

- en première approximation, comme le solénoïde est suffisamment long, on considère que le champ magnétique est constant y compris sur les bords ;
- on suppose aussi que le pas de l'hélice formant la bobine est suffisamment petit devant le rayon pour considérer le bobinage comme un ensemble de N spires accolées sur une distance ℓ (on parle de bobine à spires jointives).

*

Le flux dans une spire de la bobine vaut simplement :

$$\Phi_{\text{spire}} = \vec{B} \cdot \vec{S} = \mu_0 n I S \tag{2.4}$$

où l'on a **orienté les spires dans le sens du passage du courant**. Puis en considérant que le flux est le même dans toutes les spires,

$$\Phi_p = N\Phi_{\text{spire}} = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S I \tag{2.5}$$

Flux propre et inductance propre

*

Pour un circuit parcouru par un courant $i(t)$, le champ magnétique créé par le circuit est à l'origine d'un flux dans le circuit, pouvant se mettre sous la forme

$$\Phi_p = L i(t) \tag{2.6}$$

où L est appelé **coefficient d'auto-induction**, ou **inductance propre** ou plus simplement **inductance**, noté L, et mesuré en henry. Il ne dépend que de la structure géométrique du circuit considéré.

Dans le cas du solénoïde, par identification :

$$\boxed{L = \frac{\mu_0 N^2 S}{\ell}} \tag{2.7}$$

μ_0, appelée permittivité relative du vide, vaut $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ H·m^{-1}.

Un odg pour $N = 1000$, $r = 5$ cm et $\ell = 20$ cm donne $L = 50$ mH, valeur typique au laboratoire.

L'utilisation de matériaux ferromagnétiques doux (fer) au sein de la bobine est intéressant car il permet de renforcer le champ magnétique traversant le circuit (on atteint le tesla), et donc augmenter le flux propre : on peut ainsi augmenter la valeur de L, ou réduire considérablement la taille de la bobine pour qu'il rentre dans un circuit électronique.

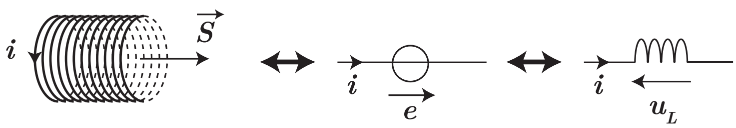
II.2 Fém auto-induite et schéma électrique équivalent

Si le courant circulant dans un circuit fixe est constant, aucun effet d'induction n'est perceptible : il faut que le flux soit variable, et donc que le courant soit variable. Apparaît alors une fém d'auto-induction

$$e = -\frac{\mathrm{d}\Phi_p}{\mathrm{d}t} = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

correspondant à une tension en convention générateur. On peut faire le lien avec la loi de Lenz : si un générateur externe impose une augmentation du courant, la fém d'auto-induction est négative et s'oppose à l'augmentation du courant !

Il est aussi possible d'observer des effets d'auto-induction si la valeur de L varie au cours du temps : le circuit est alors déformable.



On peut alors remplacer dans le schéma électrique le bobinage par une inductance L de tension $u_L(t) = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$.

II.3 Superposition de l'auto-induction et d'un phénomène d'induction externe

Il est possible que plusieurs effets se combinent : d'une part un phénomène d'auto-induction dû au passage d'un courant dans un élément inductif, et d'autre part un champ magnétique "extérieur" qui vient se superposer au champ propre et engendre un flux supplémentaire. Ainsi il faudra distinguer la fém d'auto-induction de la fém due au champ extérieur : $e = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + e_{\text{ext}}$. Cependant, dans la majorité des cas, le phénomène d'induction lié à un champ extérieur est le phénomène prépondérant, et l'on néglige l'inductance propre.

D'un point de vue pragmatique, si un exercice n'évoque pas la notion d'inductance propre, il est probable que l'auto-induction puisse être négligée, particulièrement dans le cas où le bobinage est très faible (quelques spires).

III. Induction mutuelle et applications

L'induction propre est un phénomène que l'on exploite avec les bobines, par exemple dans les circuits électriques pour du filtrage ou encore pour produire des étincelles. Néanmoins un phénomène encore plus courant est celui de l'**induction mutuelle**, que l'on retrouve dans les plaques à induction, les antivols, les systèmes NFC des téléphones portables, etc.

III.1 Phénomène de couplage entre deux bobines

* Considérons pour simplifier le cas deux deux circuits filiformes pouvant être parcourus par des courants. Outre le phénomène d'auto-induction, le champ créé par le premier circuit peut passer dans le 2e et provoquer un phénomène d'induction, et vice-versa. On dit que les circuits sont couplés. Le flux dans le premier circuit se décompose alors en deux parties :

$$\Phi_1 = \Phi_{1,p} + \Phi_{2\to 1} \tag{2.8}$$

où $\Phi_{2\to 1}$ est le flux du champ magnétique issu du deuxième circuit sur le premier.

Inductance mutuelle

De la même manière que l'on a défini le coefficient d'auto-induction, le flux $\Phi_{2\to 1}$ du champ magnétique créé par le circuit 2 dans le circuit 1 est proportionnel au courant traversé par le deuxième circuit, et on appelle la constante de proportionnalité M, **coefficient d'inductance mutuelle**, dont le signe est quelconque (et dépend de l'orientation de chaque circuit), exprimé en henry :

$$\Phi_{2\to 1} = Mi_2 \tag{2.9}$$

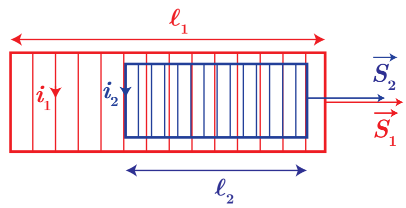
On peut montrer également que, de manière symétrique :

$$\Phi_{1\to 2} = Mi_1 \tag{2.10}$$

avec le même coefficient de proportionnalité, ne dépendant que de la géométrie des deux circuits, et leurs positions respectives.

Démonstration

Prenons l'exemple de deux solénoïdes emboîtés, de section S_i et longueur ℓ_i, $i \in 1, 2$ avec $\ell_2 < \ell_1$.



D'un point de vue pratique, il est parfois plus facile de calculer un des deux flux issus du couplage : on peut alors en déduire le coefficient de mutuelle inductance qui sera forcément le même pour l'autre flux.

Calculons le flux $\Phi_{1\to 2}$:

$$\Phi_{1\to 2,spire} = \vec{B}_1 \cdot \vec{S}_2 = (\mu_0 N_1/\ell_1 i_1) S_2 \tag{2.11}$$

puis avec les N_2 spires traversées par le champ magnétique $\vec{B}_2$, il vient :

$$\Phi_{1\to 2} = N_2 \Phi_{1\to 2,spire} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S_2}{\ell_1} i_1 = Mi_1 \tag{2.12}$$

Exercice

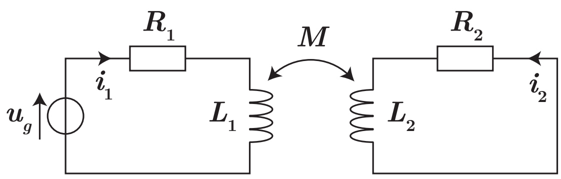
Refaites la même chose avec $\Phi_{2\to 1}$ afin de montrer que le coefficient M est identique.

Le calcul donne $\Phi_{2\to 1} = \left(\frac{N_1}{\ell_1}\right) \ell_2 \times \mu_0 N_2/\ell_2 i_2 S_2 = Mi_2$ puisque le nombre de spires du circuit 1 traversé par le champ $\vec{B}_2$ est $\frac{N_1}{\ell_1}\ell_2$.

On peut montrer que l'inductance mutuelle (en valeur absolue) prend une valeur forcément inférieure à $\sqrt{L_1 L_2}$ avec L_i les inductances propres respectives de chaque circuit. Lorsque $|M| = \sqrt{L_1 L_2}$, on dit que les deux circuits sont en influence maximale (ou totale) : c'est par exemple le cas de deux bobines de même longueur l'une dans l'autre, mais on va étudier peu après un autre cas très concret.

III.2 Circuits électriques couplés

Dès que l'on a deux circuits électriques où les éléments inductifs sont proches, il faut tenir compte de l'inductance mutuelle dans les équations électriques. On peut par exemple étudier le montage ci-dessous :



Pour la bobine 1, $\Phi_1 = L_1 i_1 + M i_2$ et pour la bobine 2 $\Phi_2 = L_2 i_2 + M i_1$ conduisant aux équations différentielles suivantes par l'application de la loi des mailles :

*

$$\begin{cases} u_g = R_1 i_1 + L_1 \dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + M \dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} & (2.13) \\ 0 = R_2 i_2 + L_2 \dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} + M \dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} & (2.14) \end{cases}$$

que l'on peut très bien réécrire en régime sinusoïdal forcé si $u_g(t) = u_0 \cos \omega t$:

$$\begin{cases} u_0 = \underline{i}_1 (R_1 + jL_1\omega) + jM\omega \underline{i}_2 & (2.15) \\ 0 = \underline{i}_2 (R_2 + jL_2\omega) + jM\omega \underline{i}_1 & (2.16) \end{cases}$$

ainsi l'approche du circuit 2 par rapport au circuit 1 **modifie l'impédance branchée au générateur** car on peut alors écrire en combinant les deux équations

$$u_0 = \underline{i}_1 \left(R_1 + jL_1\omega + \frac{M^2 \omega}{R_2 + jL_2\omega} \right) \tag{2.17}$$

ce qui peut avoir pour application concrète la détection du circuit 2, non relié à un générateur :

- principe de détection des voitures (la carrosserie jouant alors le rôle de circuit du fait de sa carcasse métallique) ;
- principe des détecteurs de vols (une étiquette avec un circuit en spirale sur l'objet, et les portiques jouaient le rôle de circuit inductif) ;

Dans un autre registre, on peut citer la plaque à induction, où la casserole subit un champ magnétique variable créé par une bobine, il s'en suit la création de courants induits au sein du matériau conducteur (plus précisément des courants de Foucault), qui ensuite par effet Joule vont permettre la mise en chauffe.

III.3 Aspects énergétiques

D'un point de vue strictement énergétique, comment doit-on prendre en compte le couplage par inductance mutuelle ? En effet, on pourrait s'attendre à ce que l'énergie totale sous forme magnétique soit simplement

$$E_t = E_{L_1} + E_{L_2} = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 \tag{2.18}$$

mais ce n'est pas le cas. On va conduire un **bilan énergétique global en multipliant chaque loi des mailles par le courant le traversant** :

$$
\begin{cases}
u_g i_1 = R_1 i_1^2 + L_1 i_1 \dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + M i_1 \dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} & (2.19)\\[2mm]
0 = R_2 i_2^2 + L_2 i_2 \dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} + M i_2 \dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} & (2.20)
\end{cases}
$$

que l'on peut réécrire ainsi :

$$
\begin{cases}
P_{\text{fournie}} = P_{1,J} + \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\dfrac{1}{2}L_1 i_1^2\right) + M i_1 \dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} & (2.21)\\[2mm]
0 = P_{2,J} + \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\dfrac{1}{2}L_2 i_2^2\right) + M i_2 \dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} & (2.22)
\end{cases}
$$

Plusieurs termes sont limpides (effet Joule, puissance fournie au générateur, puissance au niveau des inductances comme la dérivée de l'énergie stockée), mais les deux termes liés à la mutuelle ne sont pas clairs. Sommons :

$$
P_{\text{fournie}} = P_{1,J} + P_{2,J} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2\right) + M i_1 \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} + M i_2 \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} \tag{2.23}
$$

où les derniers termes se réécrivent sous la forme $\dfrac{\mathrm{d}M i_1 i_2}{\mathrm{d}t}$. Ainsi le bilan de puissance devient plus clair :

$$
P_{\text{fournie}} = P_{1,J} + P_{2,J} + \frac{\mathrm{d}E_m}{\mathrm{d}t} \tag{2.24}
$$

où

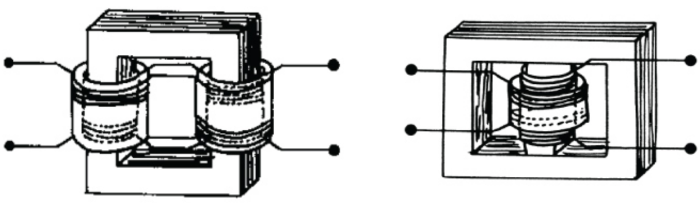
$$
\boxed{E_m = \frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 + M i_1 i_2} \tag{2.25}
$$

est l'énergie magnétique stockée dans les deux bobines, en tenant compte du fait qu'il y a de l'énergie magnétique liée au couplage par mutuelle, *via* le terme $M i_1 i_2$.

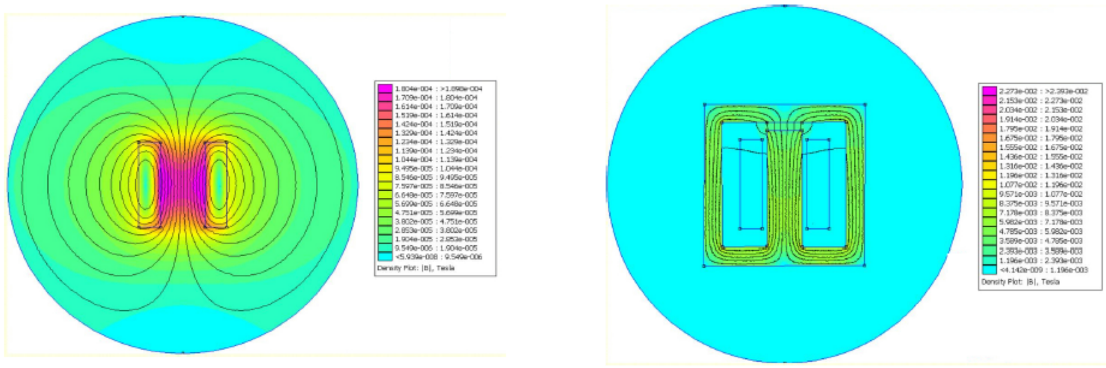
III.4 Le transformateur

Un transformateur est un quadripôle entrée-sortie permettant de modifier les caractéristiques de tension et de courant d'un signal d'entrée sinusoïdal (abaisseur de tension dans les petits transformateurs de la vie courante, et élévateur de tension pour les lignes électriques).

Plusieurs configurations sont possibles, les deux plus courantes sont données ci-dessous. Dans le second cas, appelé circuit magnétique cuirassé, la colonne centrale porte l'ensemble des bobinages primaires et secondaire, et les colonnes latérales servent à fermer le circuit magnétique.



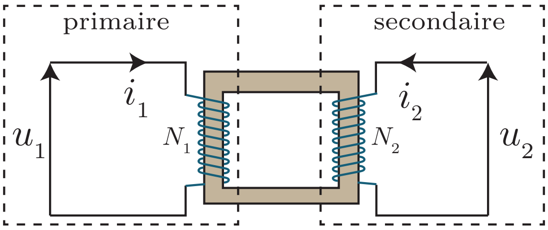
L'intérêt d'utiliser un circuit magnétique est qu'il canalise le flux magnétique, illustré ci-dessous, avec une bobine seule à gauche, et à droite avec un ferromagnétique)) ;



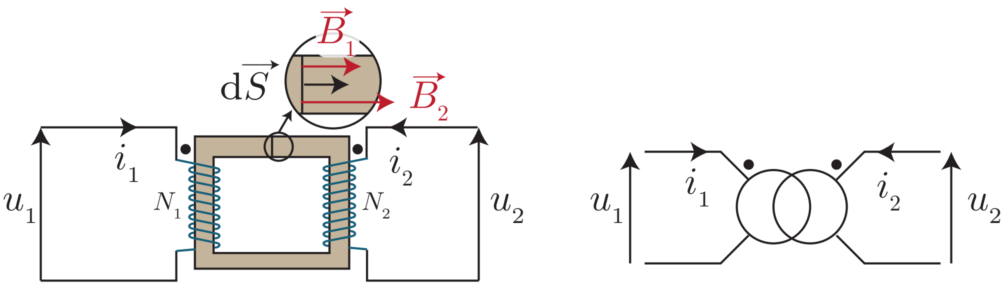
Un transformateur est alors constitué :

- d'un circuit magnétique, où l'on fait l'hypothèse que le champ magnétique est uniforme dans tout le matériau magnétique. ;
- d'un enroulement primaire de N_1 spires recevant de l'énergie électrique en amont, appelé **circuit primaire** ;
- d'un enroulement secondaire de N_2 spires qui restitue une partie de l'énergie électrique reçue à un circuit aval appelé **circuit secondaire** ou **circuit de charge**.

On schématise le transformateur de la manière suivante :



Sachant qu'on est amené à utiliser les loi des l'induction et le théorème d'Ampère, précisons les conventions d'orientation choisies dans toute la suite. Les points qui sont indiqués sur le schéma ci-dessous sont appelés les **bornes homologues** du transformateur. Ils sont tels que si des courants positifs arrivent sur ces bornes, ils créent un flux magnétique de même sens dans le circuit magnétique.



Les bornes homologues sont également précisées sur le symbole du transformateur, permettant de préciser les orientations sans avoir à dessiner le bobinage.

Démonstration

On effectue la schématisation électrique ci-dessus, et l'on a choisi de repérer les courants i_1 et i_2 de façon symétrique.

- Le flux au niveau de chaque bobine vaut : $\Phi_1 = N_1 SB$ et $\Phi_2 = N_2 SB$ d'après l'orientation choisie pour chaque bobine ;
- il vient alors que la tension à leur borne vaut $e_i = N_i S \dfrac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$ et donc $\dfrac{v_2}{v_1} = \dfrac{-e_2}{-e_1} = \dfrac{N_2}{N_1}$.

Transformateur

Le transformateur permet de convertir une **tension alternative** en une autre tension alternative. En notant $m = \dfrac{N_2}{N_1}$ le **rapport de transformation**, les amplitudes des tensions en sortie et en entrée vérifient

$$\boxed{\frac{v_2}{v_1} = m} \qquad (2.26)$$

Ainsi on peut moduler à la hausse ou à la baisse l'amplitude d'une tension sinusoïdale.

Il ne faut pas croire ici que l'on perd de l'énergie, vous montrerez en 2e année que $\frac{i_2}{i_1} = -\frac{N_1}{N_2} = -\frac{1}{m}$ et donc que la puissance fournie par le primaire $-v_1 i_1$ est égale à la puissance reçue au secondaire $v_2 i_2$, dans un cas parfait, sans pertes.

Citons quelques applications :

- élévateur de tension pour les lignes à hautes tensions (transport électrique) : afin de limiter les pertes par effet Joule on augmente la tension durant le transport (jusqu'à quelques centaines de kV) ;
- le transformateur d'isolement (avec $m = 1$) permettant d'avoir aucun lien électrique entre le circuit primaire et secondaire (et donc s'affranchir de la masse que l'on a sur certains appareils)

Citons enfin les limitations des transformateurs :

- le matériau ferromagnétique n'est pas un conducteur parfait des lignes de champ : il y a des "fuites" de champ ;
- il y a des pertes par effet Joule dans les bobinages ;
- il y a également des pertes dans le matériau ferromagnétique (hystérésis du matériau), conducteur électrique (d'où son chauffage), limitées par le "feuilletage" du matériau.

Exercices

2.1 Deux types d'induction

1. Une spire circulaire de rayon a et d'axe (Ox), contenue dans le plan (yOz). Un aimant, en O, est animé d'un mouvement de rotation à vitesse Ω constante dans le plan (xOy). On admet que lorsque l'angle que fait l'aimant avec (Ox) est égal à θ, le flux du champ créé se met sous la forme $\Phi(t) = \Phi_0 \cos(\theta)$, où Φ_0 est une constante.

   (a) Justifier l'existence d'un courant induit dans la spire. Son intensité est-elle constante ? variable ? Périodique ?

   (b) On note R la résistance électrique de la spire et on néglige son inductance propre. Exprimer alors $i(t)$.

   (c) En déduire l'expression de la puissance perdue par effet Joule dans la spire. Cette puissance n'est pas générée spontanément, d'où vient-elle ?

2. On considère maintenant un cas contraire : c'est la spire qui se met en rotation autour de l'axe (Oy), et on suppose qu'il existe un champ B constant dirigé selon l'axe (Oz) : $\vec{B} = B_0\vec{e_z}$. A $t = 0$, la spire est dans le plan (xOy) et on note θ l'angle que fait la spire avec l'axe (Ox). On oriente enfin la spire tel qu'à $t = 0$ son vecteur surface soit orienté selon $\vec{e_z}$.

   (a) Exprimer le flux magnétique à travers la spire.

   (b) En déduire la force électromotrice produite. Commenter par rapport à la situation précédente.

2.2 Spire autour d'un solénoïde

Un solénoïde de rayon $R_1 = 2\,\text{cm}$ constitué de $n = 10\,\text{spires/cm}$ est alimenté par un générateur de f.é.m. $U = 30\,\text{V}$. la résistance interne du générateur est de $r = 1{,}2\,\Omega$ et celle du solénoïde $r' = 6{,}8\,\Omega$. Une spire conductrice de rayon $R_2 = 4\,\text{cm}$ est placée autour du solénoïde, elle a même axe que celui-ci.

1. Quel est le flux magnétique à travers la spire ? En déduire la valeur de l'inductance mutuelle.
2. Si on éteint le générateur à $t = 0$, quelle est l'évolution du courant dans la bobine ? On négligera dans cette dernière l'influence du couplage par mutuelle.
3. En déduire la f.é.m. induite dans la spire pour $t > 0$, de résistance négligeable, si l'auto-induction est négligeable.

2.3 Plaque de cuisson

Le chauffage du fond métallique des casseroles et autres poêles de cuisson peut être réalisé par effet Joule des courants induits directement dans le fond de la casserole par un champ magnétique variable, les courants de Foucault.

Logé dans une table support en céramique, un bobinage alimenté en courant sinusoïdal, appelé inducteur, génère ce champ. L'inducteur a un rayon de $5\,\text{cm}$ et compte vingt spires de cuivre de résistance électrique $R_1 = 18\,\text{m}\Omega$ et d'auto-inductance $L_1 = 30\,\mu\text{H}$. Il est alimenté par une tension harmonique v_1 de pulsation ω. Du point de vue électromagnétique, on modélise le fond de casserole par une spire circulaire unique, fermée sur elle-même, appelée induit. L'induit a une résistance $R_2 = 8{,}3\,\text{m}\Omega$ et une auto-inductance $L_2 = 0{,}24\,\mu\text{H}$. Le transfert d'énergie électrique s'effectue par couplage inductif entre l'inducteur et l'induit d'inductance mutuelle $M = 2\,\mu\text{H}$.

1. En s'appuyant sur un schéma électrique équivalent, établir les équations électriques relatives aux deux circuits.
2. En déduire l'expression littérale de la fonction de transfert $\underline{H} = \dfrac{\underline{I_2}}{\underline{I_1}}$.
3. En déduire l'impédance d'entrée $\underline{Z_\text{e}} = \dfrac{\underline{V_1}}{\underline{I_1}}$ du système.
4. La pulsation ω est choisie bien plus grande que R_1/L_1 et R_2/L_2. Simplifier les deux expressions précédentes et calculer numériquement leur module.
5. On soulève la casserole. Indiquer qualitativement comment varie l'amplitude du courant appelé par l'inducteur.

2.4 Détection de voitures

Cet exercice a pour but de modéliser un détecteur de voitures en utilisant le couplage par mutuelles à un circuit oscillant au sein duquel circule un courant sinusoïdal. Soit (S_1) le circuit détecteur, modélisé par un générateur délivrant une tension $e(t)$ sinusoïdale de pulsation ω, un condensateur de capacité C et un bobinage de résistance r_1 et d'inductance propre L_1. Soit (S_2) la partie inférieure de la carcasse métallique d'une voiture, que l'on modélise par un circuit fermé de résistance r_2 et d'inductance propre L_2. Lorsque la voiture s'approche du détecteur, des courants de Foucault apparaissent dans la carcasse de la voiture et les deux systèmes se couplent par induction. On note alors M le coefficient d'induction mutuelle.

1. À quelles conditions sur les paramètres du circuit peut-on négliger les résistances ? on pensera à utiliser la notion d'impédance. On suppose cette condition réalisée par la suite.
2. Soit $u_1(t)$ la tension aux bornes du bobinage de (S_1) et i_1 le courant qui le traverse. Montrer que ces deux grandeurs sont reliées par une relation du type $u_1(t) = L_1(1-K)\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$ On déterminera la valeur du coefficient K et on interprétera cette relation.
3. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par le circuit inducteur. Exprimer alors la fréquence propre $f(K)$ du circuit en fonction de L, C et K.
4. Exprimer la variation relative $\Delta_r = \dfrac{f(K)-f(0)}{f(0)}$ de fréquence propre du circuit (S_1) lors de l'utilisation du système pour détecter une voiture. On fera l'hypothèse que $K \ll 1$ et l'on simplifiera l'expression obtenue. Que penser de cette méthode de détection ?

2.5 Transformateur

On considère un générateur de tension de f.é.m. E et de résistance interne R_g, débitant du courant dans une résistance utile R_u.

1. Quelle est la puissance reçue par la résistance utile ?
2. Montrer que, à E fixé, cette puissance est maximale pour une valeur de R_u que l'on explicitera. On admet que ce résultat reste vrai en régime alternatif.
3. Cependant la valeur de R_u peut nous être imposée. L'utilisation d'un transformateur va permettre d'effectuer une "adaptation d'impédance" et limiter les pertes. On relie le primaire au générateur, et le secondaire à la résistance utile.

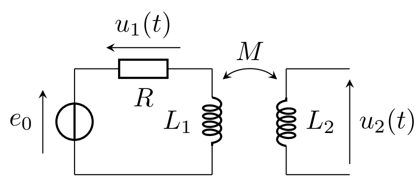
   (a) Rappeler les relations entre tension au primaire et tension au secondaire pour un transformateur parfait. On rappelle que pour les courants, on a $\dfrac{i_2}{i_1} = -\dfrac{1}{m}$ avec m le rapport de transformation.

   (b) À l'aide des deux relations précédentes, exprimer la quantité $\dfrac{u_1}{i_1}$ en fonction de m et R_u et représenter le circuit électrique équivalent.

   (c) Conclure sur le rapport de transformation qui convient pour optimiser la puissance cédée à la charge.

2.6 Mesure d'une inductance mutuelle

Le montage ci-contre permet de mesurer le coefficient d'inductance mutuelle entre deux bobines. Les deux bobines se font face sur la figure. La première bobine est montée en série avec une résistance $R = 100\,\Omega$ et un générateur de tension e_0 sinusoïdal de fréquence $f = 2{,}0\,\text{kHz}$. Les tensions u_1 et u_2 sont mesurées grâce à un oscilloscope supposé idéal, c'est-à-dire de résistance d'entrée infinie.



1. Quelle est l'intensité circulant dans la bobine 2 ? D'après la loi de comportement habituelle de la bobine, que vaudrait alors la tension u_2 ? Pourquoi cette loi n'est pas applicable telle quelle ici ?
2. Exprimer la tension u_2 en fonction de M et u_1.
3. Calculer M sachant que les tensions lues à l'oscilloscope ont des amplitudes $U_1 = 3{,}00\,\text{V}$ et $U_2 = 0{,}50\,\text{V}$.
4. On fait tourner la bobine sur elle-même dans le plan de la paillasse. Indiquer sans calcul comment est modifiée la valeur de M lorsque l'angle de rotation vaut 180°, puis 90°.