

# Systemes optiques

## Sommaire

<b>4.1 Le miroir plan</b>	<b>3</b>
4.1.1 Présentation du miroir plan	3
4.1.2 Nature d'objets et d'images	3
4.1.3 Stigmatisme rigoureux du miroir plan	4
4.1.4 Construction d'images par un miroir plan	4
<b>4.2 Système optiques centrés</b>	<b>5</b>
4.2.1 Stigmatisme approché	5
4.2.2 Conditions de Gauss	5
<b>4.3 Lentilles minces</b>	<b>6</b>
4.3.1 Généralités	6
4.3.2 Foyers d'une lentille	7
4.3.3 Règles de construction	7
4.3.4 Construction de l'image d'un objet	7
4.3.5 Objets et images à l'infini	8
4.3.6 Relations de conjugaison	10
4.3.7 Condition de formation d'une image	12
4.3.8 Construction à plusieurs lentilles	13
4.3.9 Défauts	13
<b>4.4 Applications</b>	<b>14</b>
4.4.1 Œil	14
4.4.2 La lunette astronomique	16
4.4.3 L'appareil photographique	17

## Questions de cours :

- Présenter la notion de stigmatisme approché, d'aplanétisme, les conditions de Gauss et ses conséquences.
- Définir les foyers et les distances focales objet et image d'une lentille convergente et d'une lentille divergente et rappeler les règles de construction pour trois types de rayons incidents.
- Construire l'image d'un objet par une lentille mince, l'ensemble des paramètres étant choisis par l'interrogateur.
- Exprimer le grandissement d'une lentille de trois manières différentes en le justifiant.
- Établir la condition  $D > 4f'$  pour former l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente.
- Présenter le modèle simplifié de l'œil. Citer les ordres de grandeur de la limite de résolution angulaire et de la plage d'accommodation.
- Présenter le modèle de l'appareil photographique, et expliquer la notion de profondeur de champ en s'appuyant sur une construction graphique.

## Capacités exigibles du BO :

- Construire l'image d'un objet par un miroir plan.
- Énoncer les conditions de l'approximation de Gauss et ses conséquences.
- Relier le stigmatisme approché aux caractéristiques d'un détecteur.
- Définir les propriétés du centre optique, des foyers principaux et secondaires, de la distance focale, de la vergence.
- Construire l'image d'un objet situé à distance finie ou infinie à l'aide de rayons lumineux, identifier sa nature réelle ou virtuelle.
- Exploiter les formules de conjugaison et de grandissement transversal de Descartes et de Newton.
- Établir et utiliser la condition de formation de l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente.
- Modéliser l'œil comme l'association d'une lentille de vergence variable et d'un capteur plan fixe.
- Citer les ordres de grandeur de la limite de résolution angulaire et de la plage d'accommodation.
- Modéliser l'appareil photographique comme l'association d'une lentille et d'un capteur.
- Construire géométriquement la profondeur de champ pour un réglage donné.

- Étudier l'influence de la focale, de la durée d'exposition, du diaphragme sur la formation de l'image.

### **Manipulations de cours :**

- Formation d'images par une lentille ;
- Aberrations géométriques et chromatiques ;
- Réalisation d'une lunette astronomique.
- Simulation appareil photo <http://www.canonoutsideofauto.ca/play/>

# Introduction

Nous nous sommes intéressés dans un premier temps à la propagation de la lumière dans le vide, dans un milieu, et à l'interface entre deux milieux. L'optique géométrique doit son succès aux **systèmes optiques** tels que la lunette astronomique, le télescope, ou encore le microscope qui ont permis d'effectuer des observations sans précédent et sont à l'origine d'avancées scientifiques spectaculaires. Nous allons donc développer les outils permettant la formation d'images, au travers des miroirs et lentilles minces et en particuliers les conditions d'obtention d'images convenables.

## I. Le miroir plan

### I.1 Présentation du miroir plan

Un miroir plan est une surface plane totalement réfléchissante (il n'existe aucun rayon réfracté). Un rayon incident s'y réfléchit donc entièrement selon la 2<sup>e</sup> loi de Snell-Descartes.

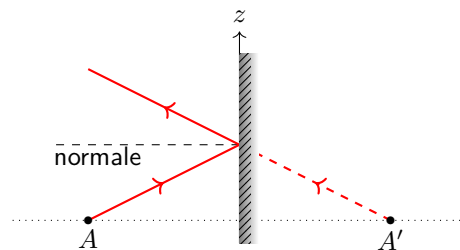


Figure 4.1 – Réflexion d'un rayon lumineux sur un miroir plan.

Soit un rayon lumineux émis par un point  $A$ . Après réflexion, le rayon semble émerger d'un point  $A'$ , symétrique de  $A$  par rapport au plan du miroir, comme le montre la figure ci-dessus.

### I.2 Nature d'objets et d'images

#### Définitions

On appelle **système optique** un ensemble d'éléments optiques (lentilles, miroirs etc.) capable de modifier la trajectoire des rayons lumineux ou les propriétés de la lumière. On distingue généralement la face d'entrée et de sortie.

On appelle **objet** tout point ou ensemble de points émettant de la lumière.

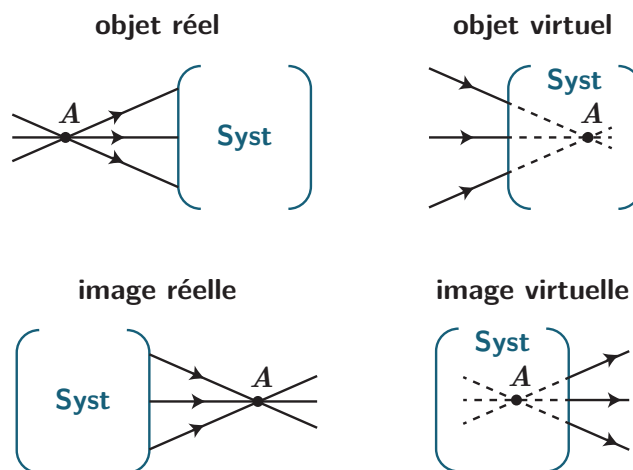
On appelle **image** d'un point-objet le point où convergent tous les rayons lumineux issus du point-objet après être passés par le système optique. L'image d'un objet étendu est alors l'ensemble des images des points-objets constituant l'objet.

Pour être plus précis, on distingue deux types d'image et d'objet :

- On parle d'**objet réel** si il est placé avant le système optique qui en crée l'image.
- On parle d'**objet virtuel** si il est placé après le système optique qui en crée l'image.
- On parle d'**image réelle** si de la lumière atteint effectivement le point image : elle peut alors être **projetée sur un écran**.
- On parle d'**image virtuelle** si aucune lumière n'atteint effectivement le point image : **elle peut être visualisée par l'œil ou par tout autre appareil** (caméra, appareil photo) mais pas projeté sur un écran.

**Par convention, tout ce qui est réel est représenté en trait plein, tandis que ce qui est virtuel est représenté en pointillés.**

Sur la construction précédente, le point  $A$  est donc un objet réel tandis que le point  $A'$  constitue une image virtuelle. En effet aucune lumière ne traverse le miroir et donc n'arrive en  $A'$ .



Un objet virtuel n'existe pas "naturellement" : il ne peut être que l'image réelle d'un système optique précédent.

### 1.3 Stigmatisme rigoureux du miroir plan

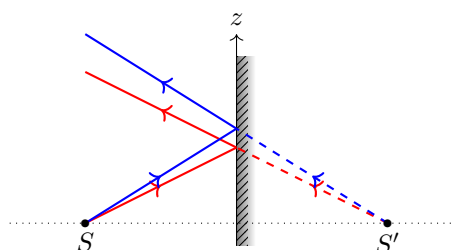


Figure 4.2 – Image d'une source ponctuelle sur un miroir plan.

#### Définition

Un système est dit **rigoureusement stigmatique** si l'image d'un point  $S$  (source ponctuelle) par le système est un point  $S'$ . Le couple  $(S, S')$  est dit conjugué, dans le cas où  $S$  est une source ponctuelle, si tout rayon issu de  $S$  semble, après réflexion, provenir de  $S'$ .

Cf. [http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve\\_tulloue/optiqueGeo/miroirs/miroir\\_plan.php](http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/miroirs/miroir_plan.php)

Le miroir plan est **le seul système optique rigoureusement stigmatique**.

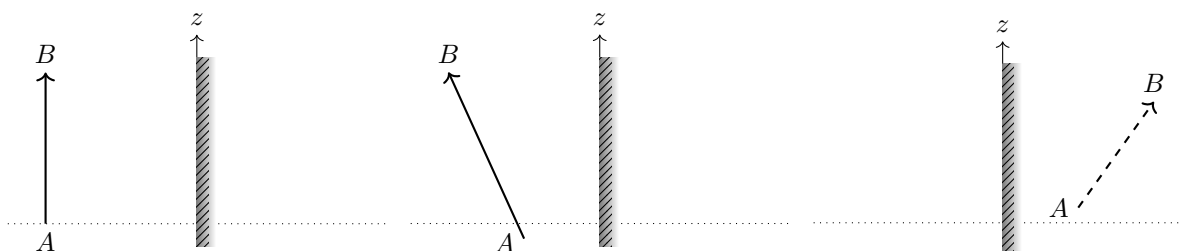
### 1.4 Construction d'images par un miroir plan

Bien souvent on ne manipule pas des objets ponctuels mais étendus. On repère en général les deux extrémités de l'objet, et on construit l'image de chacune des extrémités par le miroir.



#### Exercice

Sur les exemples ci-dessous, construire l'image de l'objet et indiquer leur nature réelle ou virtuelle.

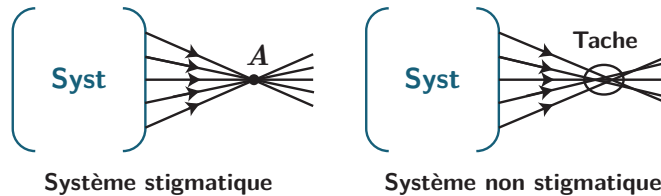


## II. Système optiques centrés

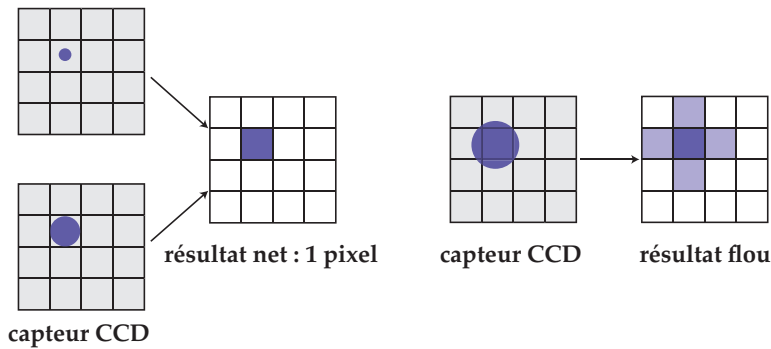
On va étudier par la suite des systèmes optiques particuliers : les **systèmes optiques centrés**, c'est-à-dire constitués d'éléments invariants par rotation autour d'un axe  $\Delta$  que l'on appelle **axe optique**.

### II.1 Stigmatisme approché

La propriété de stigmatisme rigoureux du miroir plan est très recherchée en optique puisqu'elle garantit la netteté des images formées par un système optique. En effet l'image d'un point est alors un point et non une tache. Cependant, le stigmatisme rigoureux est impossible à obtenir pour des systèmes autres que le miroir plan.



\* On se contente alors d'un **stigmatisme approché**, c'est-à-dire que le point objet  $A$  ne donne pas lieu à un point-image mais une « tache-image »  $A'$ . Tant que la dimension de la tache est inférieure à celle d'un pixel du capteur elle n'a aucun impact sur la qualité de l'image, puisque celle-ci est déterminée par la taille d'un pixel.



Cela dépend donc du capteur utilisé. Pour donner un ordre d'idée, la taille d'un pixel de capteur CCD est de l'ordre de  $10\ \mu\text{m}$ .

#### Manipulation

[http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve\\_tulloue/optiqueGeo/dioptres/stig\\_dioptre\\_spherique.php](http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/dioptres/stig_dioptre_spherique.php) et [http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve\\_tulloue/optiqueGeo/lentilles/stigmatisme\\_lentille.php](http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/lentilles/stigmatisme_lentille.php)

### II.2 Conditions de Gauss

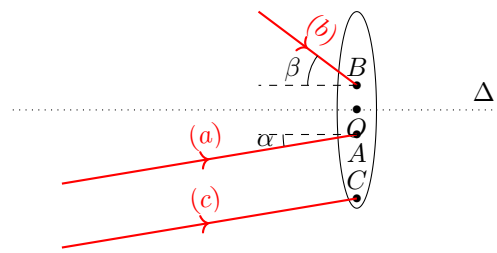
#### Conditions de Gauss

On dit qu'un système optique centré respecte les conditions de Gauss si et seulement si :

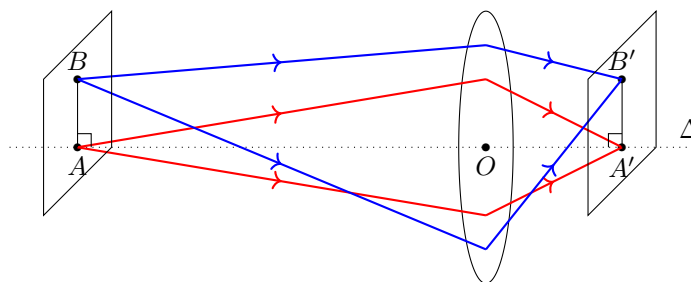
- \*
  - les rayons lumineux font un angle  $\alpha \ll 1$  avec l'axe optique ;
  - les rayons lumineux intersectent les dioptries près de l'axe optique.

Des rayons lumineux respectant les conditions de Gauss sont dits **paraxiaux**.

Sur la figure, le rayon (a) est paraxial ( $\alpha \ll 1$  et  $A$  est proche de  $O$ ). Les rayons (b) et (c) ne sont pas paraxiaux ( $\beta \sim 1\ \text{rad}$  et  $C$  loin de  $O$ ).



En fait, dans ces conditions le stigmatisme approché est aussi valable pour des points situés dans un plan transverse et peu éloignés de l'axe optique. On parle d'**aplanétisme approché**. Un système aplanétique, représenté ci-dessous, est tel que les images d'objets contenu dans un plan perpendiculaire à l'axe optique sont également contenus dans un plan perpendiculaire à l'axe optique.



#### Conséquences des conditions de Gauss

Sauf mention du contraire, tous les systèmes optiques étudiés sont centrés et on se place systématiquement dans les conditions de Gauss. On retiendra en particulier :

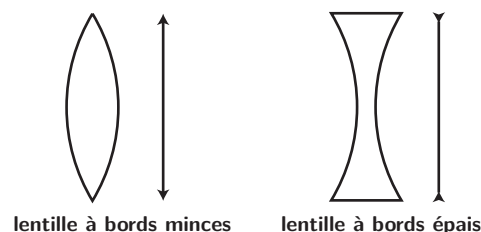
- **que les systèmes étudiés sont stigmatiques et aplanétiques ;**
- \*   ▪ que les rayons lumineux font un angle  $\alpha \ll 1$  avec l'axe optique et qu'il est souvent licite de faire l'approximation  $\cos(\alpha) \simeq 1$ ,  $\sin(\alpha) \simeq \tan(\alpha) \simeq \alpha$  ;

### III. Lentilles minces

Comme le miroir plan, les lentilles sont un élément de base de la plupart des systèmes optiques, cependant leur comportement est plus riche que ce dernier, et nous les étudierons donc ici en détail.

#### III.1 Généralités

Une lentille est un bloc de verre ou de plexiglas aux parois sphériques concaves (lentille convergente) ou convexes (lentille divergente). Il s'agit donc d'un système optique centré qui doit être utilisé dans les conditions de Gauss pour une observation correcte.

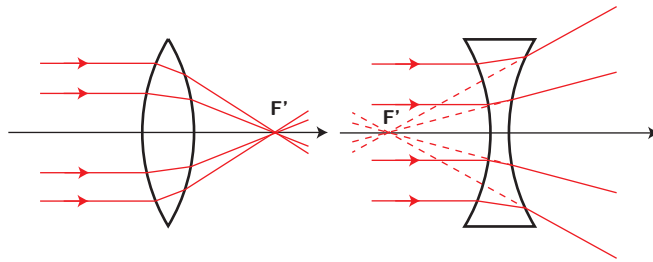


La lentille étant en verre ou en plexiglas, il s'agit d'un milieu transparent homogène isotrope et par conséquent son effet exact sur un rayon lumineux peut être obtenu par les lois de Snell-Descartes. Cependant le calcul est complexe et on lui préfère une construction géométrique basée sur des rayons particuliers que l'on va étudier par la suite.

Du fait qu'elles sont minces, on les approxime sans épaisseur en négligeant la déviation très légère proche du centre optique induite par cette épaisseur.

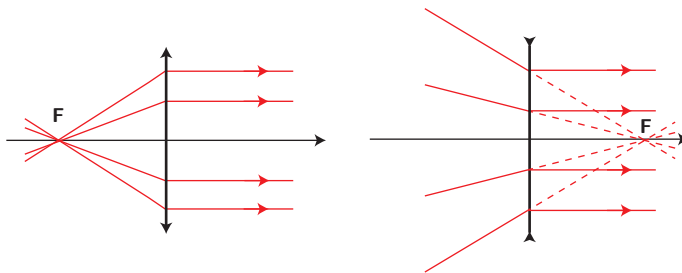
### III.2 Foyers d'une lentille

Voyons comment se comportent ces objets face à un faisceau de lumière parallèle à l'axe optique :



On constate que dans les deux cas, les rayons s'intersectent en un unique point appelé **foyer image**  $F'$ , et permet de distinguer deux comportements : l'une est **convergente**, l'autre est **divergente**. Ce foyer image correspond à l'image d'un point objet situé à l'infini sur l'axe  $\Delta$ .

Par symétrie, on peut définir un **foyer objet**  $F$ . On note que pour une lentille divergente,  $F$  et  $F'$  sont virtuels.



### III.3 Règles de construction

#### Propriétés

- Les rayons passant par le **centre optique**  $O$  ne sont pas déviés (1) ;
- Les rayons incidents parallèles à l'axe optique passent par le **foyer image**  $F'$  (2) ;
- \* ▪ Les rayons passant par le **foyer objet**  $F$  ressortent parallèles à l'axe optique  $\Delta$  (3).

Ces trois propriétés sont valables pour les lentilles convergentes comme divergente et illustrées ci-dessous.

On remarque que les schémas réalisés ne semblent pas respecter les conditions de Gauss : en fait on ne dessine pas toujours à l'échelle, pour avoir des tracés géométriques visibles dans lesquels il sera possible de faire des calculs...



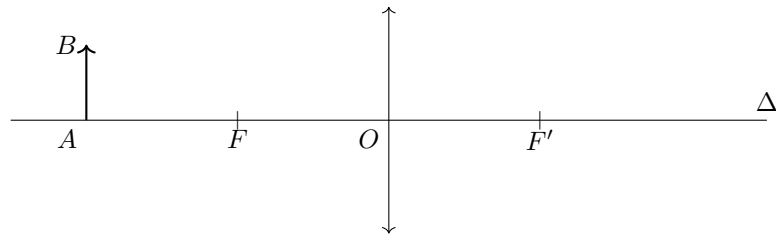
Il est finalement aisé, grâce à ces trois rayons particuliers, de construire l'image de n'importe quel point-objet par une lentille, convergente ou divergente.

### III.4 Construction de l'image d'un objet

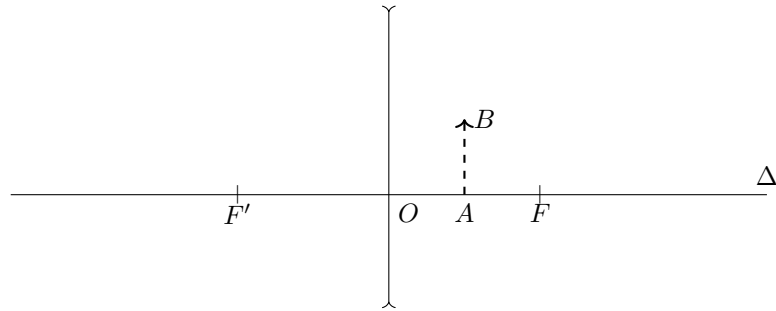
On considère un objet  $AB$  quelconque avec  $A$  sur l'axe optique (situation à laquelle on peut toujours se ramener en « visant » le point  $A$ ). Par aplanétisme, on sait que si  $AB$  est orthogonal à l'axe optique, alors  $A'B'$  le sera également. On détermine donc l'image  $B'$  de  $B$  grâce aux 3 rayons connus, puis  $A'$  est le projeté orthogonal de  $B'$  sur l'axe optique.

Prenons le cas où l'objet  $AB$  est situé en amont du foyer objet  $F$  d'une lentille convergente. Pour construire l'image  $A'B'$  de l'objet  $AB$  par la lentille, on trace deux des trois rayons particuliers connus. Les autres rayons, quelconques, sont obtenus par stigmatisme car on sait que tout rayon issu de  $B$  et traversant le système optique (la lentille convergente ici) passe par  $B'$ .

Dans ce cas l'objet et l'image sont réels. En effet, si on place un écran (ou simplement sa main) en  $B$  ou  $B'$ , on reçoit bien de la lumière.



On considère maintenant le cas d'un objet  $AB$  situé entre  $O$  et  $F$  d'une lentille divergente. La construction suit toujours le même principe.

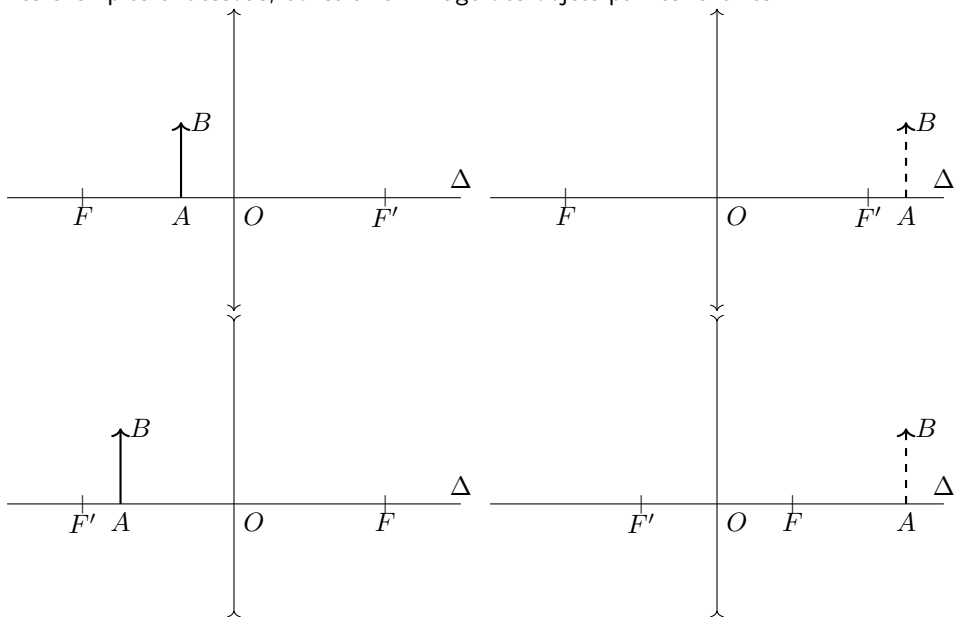


\* | L'objet est virtuel et l'image est réelle.



### Exercice

Sur les exemples ci-dessous, construire l'image des objets par les lentilles.



Pour vous aider, n'hésitez pas à vous réentraîner de nombreuses fois, particulièrement lorsque l'objet est virtuel et pour les lentilles divergentes, à l'aide de [http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve\\_tulloue/optiqueGeo/lentilles/lentille\\_mince.php](http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/lentilles/lentille_mince.php) et de [http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve\\_tulloue/optiqueGeo/lentilles/construction\\_lentille.php](http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/lentilles/construction_lentille.php).

### III.5 Objets et images à l'infini

Il nous faut cependant traiter le cas des objets dits « à l'infini ». Pour ce faire, on définit deux plans particuliers :



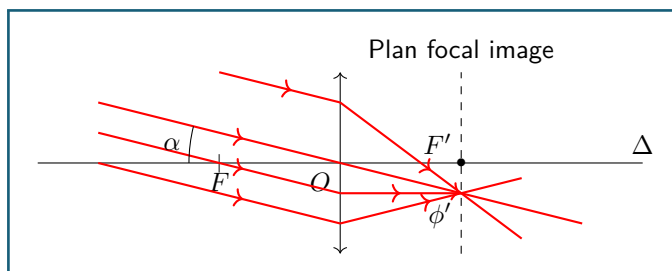
## Définitions

- On appelle **plan focal objet** le plan orthogonal à l'axe optique et passant par le foyer objet  $F$  de la lentille.
- On appelle **plan focal image** le plan orthogonal à l'axe optique et passant par le foyer image  $F'$  de la lentille.

## Manipulation

[http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve\\_tulloue/optiqueGeo/lentilles/stigmatisme\\_lentille.php](http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/lentilles/stigmatisme_lentille.php)

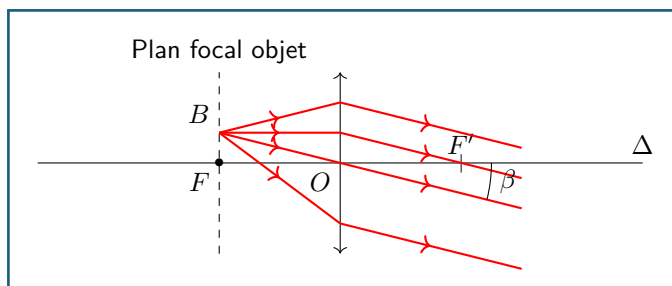
- \* Un point objet situé à l'infini sur l'axe optique (en amont de la lentille) n'émet que des rayons parallèles à l'axe optique. Son image est donc le point  $F'$ . Par aplanétisme, un point objet situé à l'infini dans la direction  $\alpha$  près de l'axe optique (afin de respecter les conditions de Gauss) a pour image un point  $\phi'$  du plan focal image comme le montre la Fig. 4.3.



**Figure 4.3** – Image d'un point-objet situé à l'infini dans une direction  $\alpha$  avec l'axe optique. Les rayons incidents sont parallèles entre eux.

La construction de la figure précédente se retrouve en remarquant qu'un rayon passant par  $O$  n'est pas dévié, et qu'un rayon passant par  $F$  ressort parallèlement à l'axe optique. Ces deux rayons se coupent alors en  $\phi'$ . Un point du plan focal image est parfois appelé **foyer image secondaire**.

- \* Réciproquement, l'image de  $F$  par la lentille est un point-image situé à l'infini sur l'axe optique. Par aplanétisme, l'image d'un point objet situé dans le plan focal objet est renvoyée à l'infini avec un angle  $\beta$  comme le montre la Fig. 4.4.



**Figure 4.4** – Image d'un point-objet situé dans le plan focal objet. L'image est située à l'infini dans une direction  $\beta$  avec l'axe optique. Les rayons émergents sont parallèles entre eux.

La construction de la figure ci-dessus se retrouve en remarquant qu'un rayon passant par  $O$  n'est pas dévié, et qu'un rayon incident parallèle à l'axe optique ressort en passant par  $F'$ . Ces deux rayons sont alors parallèles, on considère alors qu'ils se « coupent à l'infini » d'où le fait que l'image du point  $B$  soit à l'infini. Un point sur le plan focal objet tel que  $B$  est parfois appelé **foyer objet secondaire**.

### À retenir

- \* Un objet situé dans le plan focal objet d'une lentille (convergente ou divergente) crée une image à l'infini ;
- \* un objet à l'infini crée une image dans le plan focal image.

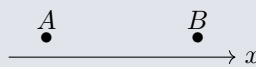
## III.6 Relations de conjugaison

Les constructions graphiques que nous venons de voir permettent d'obtenir l'image d'un objet de façon systématique et efficace, mais elles nous obligent à faire un schéma à l'échelle dans chaque situation. Pour gagner du temps, on utilise des relations mathématiques dites **relations de conjugaison** qui relient position de l'objet et position de l'image.

### a) Définitions

Dans le but d'établir ces relations, on oriente l'axe optique afin de définir des **distances algébriques** :

#### Définitions



On note  $\overline{AB}$  la **distance algébrique** de  $AB$ , c'est-à-dire la distance  $AB$  comptée algébriquement. Elle est ainsi comptée positivement si on se déplace suivant les  $x$  croissants, et négativement si on se déplace selon les  $x$  décroissants. Sur la figure ci-dessus on a :

- \*  $\overline{AB} = AB$
- \*  $\overline{BA} = -AB$

Comme nous l'avons constaté lors de la construction d'images, une des caractéristiques fondamentales d'une lentille est la distance entre son centre optique et ses foyers objet et image. De manière à différencier lentilles convergentes et divergentes, on algébrise également cette donnée en définissant les **distances focales**.

#### Définition

- \* On appelle **distance focale image** ou plus simplement **distance focale** la quantité  $f' = \overline{OF'}$
- \* On appelle **distance focale objet**  $f = \overline{OF} = -f'$ . Cette quantité est très peu utilisée, on utilise plutôt  $f'$ .

Pour une lentille convergente,  $f < 0$  et  $f' > 0$  tandis que pour une lentille divergente,  $f > 0$  et  $f' < 0$ .

Enfin, la plupart des systèmes optiques ayant vocation à réaliser une image agrandie de l'objet étudié (loupe, microscope, lunette astronomique etc.), il nous faut définir le **grandissement** afin de quantifier cet effet.

#### Grandissement

On appelle **grandissement transversal** la quantité :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \quad (4.1)$$

- \*  $\gamma > 0$  pour une image droite,  $\gamma < 0$  pour une image renversée ;
- \*  $|\gamma| > 1$  pour une image agrandie,  $|\gamma| < 1$  pour une image rétrécie.

Ces quantités maintenant définies, nous allons établir les deux relations de conjugaison des lentilles.

### b) Relation de conjugaison de Descartes (origine au centre des lentilles)

Les formules de conjugaison sont valables aussi bien pour les lentilles convergentes que divergentes, et quelle que soit la position de l'objet par rapport à la lentille. Nous les établirons donc dans un cas simple, celui d'un objet  $AB$  placé en amont du foyer objet  $F$  d'une lentille convergente :

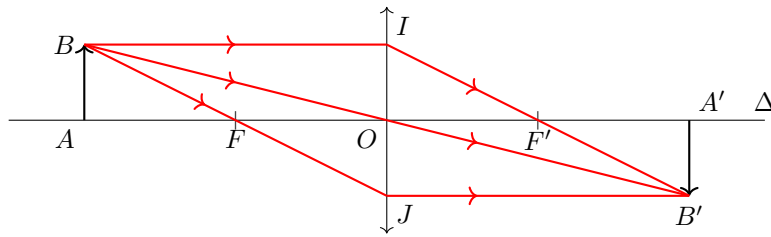


Figure 4.5 – Image d'un objet  $AB$  par une lentille convergente.

### Démonstration

L'objectif est de relier les distances objet et image par rapport au centre optique à la distance focale image.

On peut relier  $\overline{OA'}$  à  $\overline{OA}$  avec le théorème de Thalès appliqué aux triangles  $ABO$  et  $A'B'O$  :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

On recherche un autre moyen d'exprimer le grandissement. Or  $\overline{OI} = \overline{AB}$  par construction, donc le théorème de Thalès appliqué aux triangles  $OIF'$  et  $F'A'B'$  donne

$$\frac{\overline{OI}}{\overline{OF'}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A'F'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{OF'}} \iff \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'F'}}{\overline{OF'}} \quad (4.2)$$

On peut ainsi ré-écrire le grandissement  $\gamma$  :

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'F'}}{\overline{OF'}} = \frac{\overline{A'O} + \overline{OF'}}{\overline{OF'}} = \frac{\overline{A'O} + f'}{f'} \quad (4.3)$$

En divisant par  $\overline{OA'} = -\overline{A'O}$  on obtient  $\frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{f'}$

### Propriétés

On retiendra la relation suivante dite **relation de Descartes** ou encore relation de conjugaison avec origine au centre optique :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \quad (4.4)$$

La quantité  $V = 1/f'$  joue un rôle essentiel en optique, on lui donne donc un nom : la **vergence**. Elle s'exprime **dioptrie** de symbole  $\delta$  :  $1\delta = 1\text{ m}^{-1}$ . Elle est positive pour une lentille convergente et négative pour une lentille divergente.

### Exercice

On considère une lentille convergente ( $f' = 5,0\text{ cm}$ ), et on place un objet à  $3,0\text{ cm}$  du foyer objet de sorte à avoir une image réelle. Précisez la position de l'image puis le grandissement.

On applique la relation de conjugaison, sachant que  $\overline{OA} = -8\text{ cm}$ . Ainsi  $\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{5} + \frac{1}{-8} \implies \overline{OA'} = 13,3\text{ cm}$ . Ainsi le grandissement vaut  $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -1,6$ .

### c) Relation de conjugaison de Newton (origine aux foyers)

Il est parfois plus intéressant de travailler avec les distances aux foyers  $\overline{FA}$  et  $\overline{F'A'}$ . On peut alors déterminer une autre relation de conjugaison :

### Démonstration

On a montré précédemment que :  $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'F'}}{\overline{OF'}}$

On démontre une autre expression du grandissement en remarquant à nouveau par construction que  $\overline{OJ} = \overline{A'B'}$ . Grâce au théorème de Thalès dans les triangles  $OJF$  et  $FAB$  :

$$\frac{\overline{JO}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{AF}} = \frac{-\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \implies \gamma = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} \quad (4.5)$$

On en déduit :  $\gamma = \frac{\overline{A'F'}}{\overline{OF'}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$  soit  $\overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = \overline{OF} \cdot \overline{OF'}$

### Propriétés

On retiendra la **relation de Newton** ou relation de conjugaison avec origine aux foyers :

\*

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2 \quad (4.6)$$



### Exercice

On considère une lentille divergente ( $f' = -10$  cm), on place un objet à gauche du foyer objet, décalé de 5 cm. Précisez la position de l'image, et vérifiez-le sur un schéma.

$$\overline{F'A'} = -\frac{f'^2}{\overline{FA}} = -\frac{(-10)^2}{-5} = 20 \text{ cm. L'image est donc réelle.}$$

## III.7 Condition de formation d'une image

Que ce soit par la construction géométrique d'image ou grâce aux relations de conjugaison, nous avons toujours répondu à la même problématique : étant donné un objet  $AB$ , où placer notre écran pour observer l'image  $A'B'$  ? Cependant cette question n'est pas celle que l'on se pose en pratique ! En effet l'écran est souvent à une position fixe (mur ou écran blanc pour un vidéo-projecteur, rétine pour un œil, etc.).

La véritable question que l'on se pose est alors : où placer la lentille pour obtenir une image nette sur notre écran ?

Pour répondre à cette question, considérons un objet  $AB$  dont on veut faire l'image sur un écran situé à la distance  $D$  fixée. On cherche la distance objet-lentille  $x$  donnant une image nette sur l'écran, c'est-à-dire un point  $A'$  situé sur l'écran.

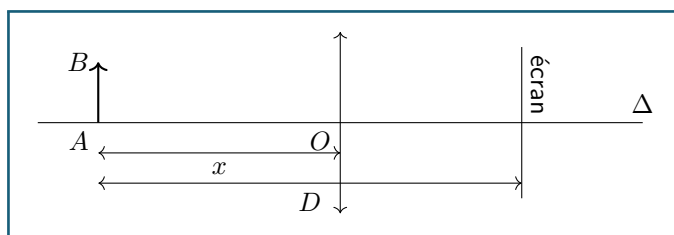


Figure 4.6 – Positionnement d'une lentille entre un objet et un écran fixes.



### Démonstration

La relation de conjugaison donne :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{D-x} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f'} \quad (4.7)$$

\* Soit :

$$x^2 - Dx + f'D = 0 \quad (4.8)$$

Cette équation n'admet de solutions réelles que si le discriminant du polynôme est positif :

$$D^2 - 4f'D > 0 \quad (4.9)$$



## Manipulation

Méthode de Bessel associée <http://gilbert.gastebois.pagesperso-orange.fr/java/focale/focale.htm>.

### Propriétés

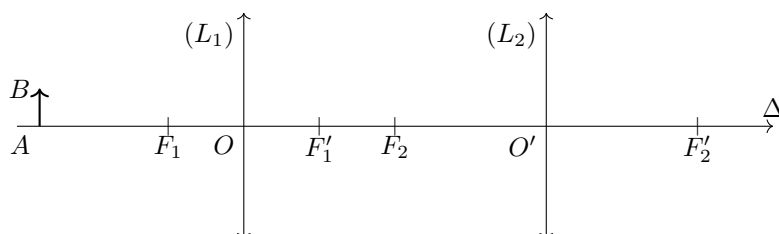
Pour former l'image d'un objet sur un écran situé à une distance  $D$  grâce à une lentille convergente de distance focale  $f'$ , il faut impérativement vérifier :

$$D > 4f'$$

(4.10)

## III.8 Construction à plusieurs lentilles

Lorsque plusieurs lentilles se succèdent sur l'axe optique, il faut fonctionner par étape : la lentille 1 crée l'image  $A_1B_1$  à partir de l'objet  $AB$ . Les rayons lumineux issus de l'image  $A_1B_1$  constituent alors l'objet pour la lentille 2 : on isole par la pensée la lentille 2 et ce nouvel objet, dont on construit l'image :



## III.9 Défauts

Si on ne respecte pas les conditions de Gauss, on peut voir des **aberrations géométriques** (<http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/optigeo/abergeom.html>). De manière générale, les lentilles faites en verre dispersent la lumière tel un prisme, avec apparition d'**aberrations chromatiques** que l'on peut corriger en accolant deux lentilles (doublet achromatique).

## IV. Applications

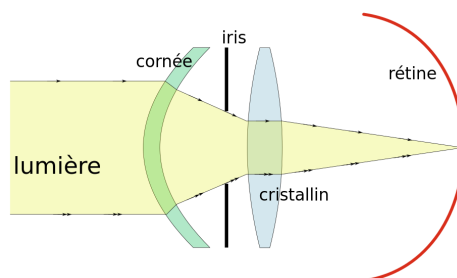
Dans les parties précédentes, nous avons étudié les miroirs et les lentilles convergentes et divergentes. Cependant ces composants sont rarement utilisés seuls. Ils sont le plus souvent associés pour former des systèmes optiques plus intéressants tels qu'un microscope, un télescope ou une lunette astronomique. Nous étudierons dans cette partie quelques systèmes optiques simples, en commençant par l'œil humain qui, au niveau purement optique, peut être modélisé assez simplement. Nous construirons ensuite une lunette astronomique. Nous étudierons enfin l'appareil photographique par le biais d'une approche documentaire.

### IV.1 Œil

#### a) Modélisation

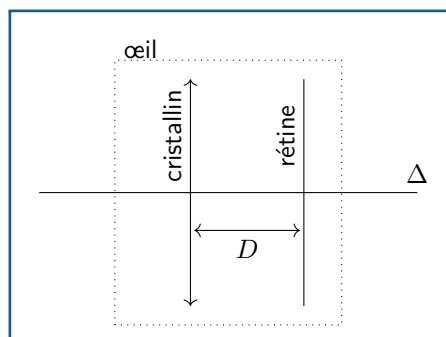
L'œil humain est représenté sur le schéma ci-après, on y distingue deux éléments notables :

- **la rétine** : elle tapisse le fond de l'œil et joue le rôle d'un **écran**. Elle est en fait composée de diverses cellules (cônes, bâtonnets) qui permettent entre autre la vision en couleur. Ces cellules envoient un signal électrique au cerveau (influx nerveux) qui l'interprète pour restituer une image.
- **le cristallin** : il joue le rôle de **lentille convergente de vergence variable**. En effet, le cristallin peut se contracter pour converger plus ou moins fortement la lumière et ainsi former une image toujours nette sur la rétine fixe, quelle que soit la position de l'objet.



On souhaite modéliser le comportement optique de l'œil humain, c'est-à-dire le simple comportement des rayons lumineux qui mène à la formation d'une image nette sur la rétine. Nous ne nous intéressons pas aux problèmes biologique ni aux problèmes dépassant le cadre de l'optique géométrique.

Dans le cadre de ce modèle, le **cristallin** est modélisé par une simple **lentille convergente de vergence variable** et la **rétine** est modélisée par un **écran fixe**.



## b) Plage d'accommodation



### Manipulation

Simulation de l'œil [http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve\\_tulloue/optiqueGeo/instruments/correction.php](http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/instruments/correction.php).

Nous avons vu en construisant l'image d'un objet par une lentille que la position de l'image dépend de la position de l'objet. Or, dans notre œil, la rétine est fixe et le cristallin doit donc adapter sa vergence (donc sa distance focale) de manière à toujours former une image nette sur la rétine.

Quand le cristallin n'est pas contracté, on dit que l'œil est **au repos**. Un objet situé à l'infini donne alors une image nette sur la rétine. Regarder au loin ne nous demande donc aucun effort.

Quand l'objet se rapproche, le cristallin se contracte, on dit que l'œil **accommode**. On forme alors une image nette sur la rétine d'un objet situé à distance finie. Regarder un objet qui n'est pas « à l'infini » nécessite donc de fournir un effort (lire un texte ou regarder un écran par exemple).

Si l'objet est trop proche, le cristallin ne peut pas se contracter suffisamment et l'image formée sur la rétine est « floue » ; en fait, elle se forme après la rétine. En fermant un œil, regardez votre index au fur et à mesure que vous le rapprochez de vous. L'effort d'accommodation finit par être douloureux et l'index devient flou.

La **plage de vision nette**, pour un œil sain, dit **emmétrope**, varie donc d'une distance minimale jusque l'infini.

### Définitions

Pour décrire un œil, on définit deux points caractéristiques :

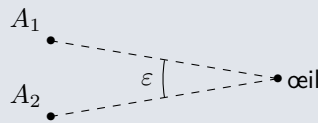
- le **Ponctum Remotum** (noté PR) : c'est le point le plus éloigné que l'œil peut voir net. Pour un œil emmétrope, il est à l'infini.
- le **Ponctum Proximum** (noté PP) : c'est le point le plus proche que l'œil peut voir net (en accommodant). Pour un œil emmétrope il est situé à environ 25 cm du cristallin.

## c) Limite de résolution

En ce qui concerne la finesse des détails observables par l'œil humain, elle est définie par sa **résolution angulaire**.

## Définitions

La **résolution angulaire** est le plus petit angle  $\varepsilon$  sous lequel un doublet  $(A_1, A_2)$  peut être **résolu**, c'est-à-dire que  $A_1$  et  $A_2$  sont distingués séparément. Si le doublet est vu sous un angle plus petit, l'œil ne distinguera qu'une « tache » commune.



\*

Pour l'œil humain :

$$\varepsilon = 1' = \frac{1^\circ}{60} = 0,017^\circ = 3 \cdot 10^{-4} \text{ rad} \quad (4.11)$$

L'angle est ici exprimé en **minute d'arc**. Soixante secondes d'arc font une **minute d'arc** et soixante minutes d'arc font un degré.

$$1^\circ = 60' = 3600'' \quad (4.12)$$

## d) Défauts de vision

### Association de lentilles

Lorsque deux lentilles de vergence  $V_1$  et  $V_2$  sont accolées, on peut les remplacer par une lentille unique de vergence  $V_3 = V_1 + V_2$ .

## Démonstration

On écrit les deux relations de conjugaison de Descartes en posant  $O_1 \simeq O_2$ . En en faisant la somme, on aboutit à une relation de conjugaison entre  $A_1$  et  $A_3$  où la distance focale vérifie  $\frac{1}{f'_3} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2}$ .

Nous venons de décrire le fonctionnement d'un œil emmétrope, mais une part importante de la population souffre de défauts de vision. Nous listons ci-dessous les plus courants et tâchons de les décrire :

**La myopie** : dans ce cas l'œil est « trop profond » (ou le cristallin trop convergent). Pour un objet à l'infini, l'image se forme donc **avant** la rétine. Le PR n'est donc plus à l'infini mais à une distance finie.

\* | On corrige la myopie grâce à une **lentille divergente** placée avant l'œil de manière à faire converger la lumière plus loin, sur la rétine.

**L'hypermétropie** : dans ce cas l'œil est « trop peu profond » (ou le cristallin pas assez convergent). Pour un objet à l'infini, l'œil doit accommoder. Le PP est à une distance supérieure à 25 cm. On corrige l'hypermétropie grâce à une **lentille convergente** placée avant l'œil de manière à faire converger la lumière plus tôt, sur la rétine.

**La presbytie** : en vieillissant, le cristallin perd sa capacité à se contracter. Le PP recule lentement et est donc à une distance supérieure à 25 cm.

\* | On corrige la presbytie avec une **lentille convergente**, mais la vision de loin, qui était nette, devient alors floue. Il faut donc mettre les lunettes pour lire, mais les retirer pour conduire par exemple.

On peut également utiliser des **verres progressifs** qui corrigent la vision de près (quand on regarde vers le bas) et ne corrigent pas la vision de loin (quand on regarde vers le haut).

**L'astigmatisme** : dans ce cas les parois du cristallin ne sont pas parfaitement sphériques. Il en résulte que l'œil n'est plus un système optique centré, l'image d'un objet dépend de son orientation comme le montre la FIG. 4.7.

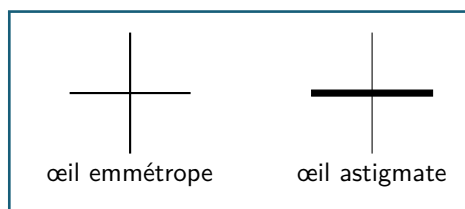


Figure 4.7 – Motif en croix vu par un œil emmétrope à gauche, et par un œil astigmat à droite.

## IV.2 La lunette astronomique

La lunette astronomique est un système optique destiné à former une image agrandie d'un objet lointain, supposé à l'infini, dans le but de l'observer à l'œil sans effort :

- \* Composition : dans sa version la plus simple, elle est composée d'un tube opaque reliant un objectif et un oculaire, modélisés comme des lentilles convergentes respectivement  $L_1$  de distance focale  $f'_1$  et  $L_2$  de distance focale  $f'_2$  ;
- \* cahier des charges : l'œil n'observant sans accommoder que les objets situés à l'infini, il est impératif que la lunette renvoie une image **à l'infini** de l'objet étudié. L'œil se charge par la suite d'en faire une image nette sur la rétine.

### À retenir

On retiendra que **l'image finale créée par un instrument d'optique destiné à une observation directe à l'œil doit toujours être à l'infini.**

Ainsi, la lunette astronomique peut se schématiser comme suit :

$$\infty \xrightarrow[\text{objectif}]{L_1} A_1B_1 \xrightarrow[\text{oculaire}]{L_2} \infty \quad (4.13)$$

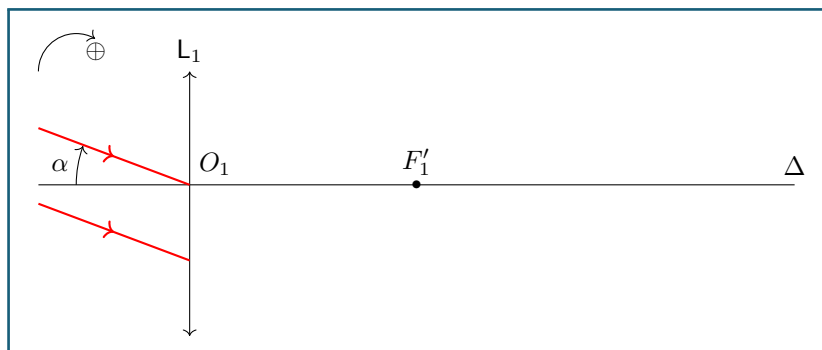
### Définition

Un système optique réalisant l'image à l'infini d'un objet à l'infini est dit **afocal** (ne possède pas de foyer). La lunette astronomique est un système optique afocal.

Concrètement, lorsqu'on choisit les distances focales des deux lentilles, il faut s'interroger au rôle de chaque lentille :

- \* l'objectif crée une **image réelle la plus grande possible**, on choisit donc pour l'**objectif une distance focale importante** car l'image créée est dans le plan focal image (cf. construction) ;
- \* l'oculaire cherche à effectuer un zoom le plus grand possible, et a le **rôle de loupe**. On prend donc **pour l'oculaire la distance focale la plus petite possible**, de manière à avoir des rayons en sortie les plus inclinés possibles par rapport à l'axe optique.

La construction géométrique est la suivante :



On cherche à quantifier le fait qu'une lunette astronomique « grossisse » plus ou moins l'objet étudié. On a déjà vu dans ce chapitre la notion de grandissement, cependant elle ne peut pas être appliquée ici car elle est définie à partir de distances, notamment la distance lentille-image  $\overline{OA'}$ , infinie dans le cas présent.

On contourne la difficulté en définissant une autre grandeur, le **grossissement**, basée non plus sur des mesures de distances, mais sur des mesures d'angles.



## Définition

On définit le grossissement  $G$  comme le rapport de l'angle  $\alpha'$  sous lequel est vu l'objet par le système optique par l'angle  $\alpha$  sous lequel serait vu l'objet à l'œil nu.

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} \quad (4.14)$$

Si  $|G| > 1$ , alors  $|\alpha'| > |\alpha|$  et l'objet semble plus gros. Comme pour le grandissement, un grossissement négatif traduit une image renversée.

Dans les conditions de Gauss,

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} \simeq \frac{\tan \alpha'}{\tan \alpha} = \frac{\overline{A_1 B_1}}{f'_2} \times \frac{-f'_1}{\overline{A_1 B_1}} \quad (4.15)$$

\* Finalement,

$$G = -\frac{f'_1}{f'_2} \quad (4.16)$$

Le grossissement est négatif, donc l'image est renversée. Pour augmenter  $|G|$ , il faut augmenter  $f'_1$  et diminuer  $f'_2$ . Augmenter  $f'_1$  requiert d'utiliser une lentille de grand diamètre ce qui pose des problèmes techniques, notamment pour le poids de telles lentilles et leur déformation au cours du temps. Si diminuer  $f'_2$  permet d'augmenter théoriquement  $|G|$ , d'autres contraintes physiques (comme le phénomène de diffraction) interdisent une distance focale trop petite.

## Manipulation

Simulation : [http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve\\_tulloue/optiqueGeo/instruments/lunette\\_astro.php](http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/instruments/lunette_astro.php)

## IV.3 L'appareil photographique

### a) Modélisation

A l'heure où quasiment tout un chacun possède un appareil photographique, même via leur téléphone portable, il est également intéressant d'un point de vue de l'optique géométrique de se demander comment ce type d'appareil fonctionne.

Si l'on ouvre un appareil photographique, on constatera la présence de diverses pièces caractéristiques :

- un **objectif**, constitué de plusieurs lentilles dont la position pourra être changée et de diaphragmes. Pour simplifier, on modélisera les lentilles comme une seule lentille convergente de focale (distance focale image)  $f'$ , et d'un diaphragme de diamètre d'ouverture  $D$ .
- un **capteur photosensible**, en général il s'agit d'un capteur CCD, constitué d'un quadrillage de petits capteurs de taille caractéristique  $l_0 \sim 10 \mu\text{m}$  accumulant une charge électrique proportionnelle au nombre de photons reçus pendant la durée d'exposition, notée  $\tau$ .

L'appareil ainsi modélisé est alors considéré comme un système optique centré

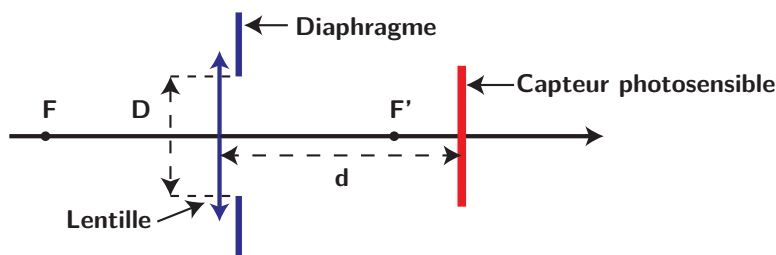


Figure 4.8 – Schéma de principe d'un appareil photographique

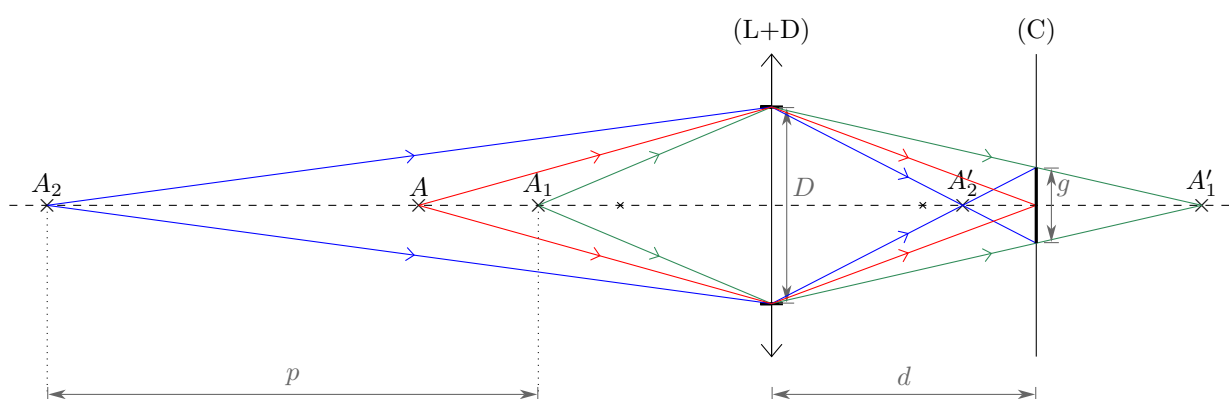
Le tout possède une symétrie de révolution autour d'un axe  $\Delta$ , ce qui va faciliter les raisonnements à l'aide de l'optique géométrique. Notons que la distance objectif-capteur, notée  $d$ , peut varier entre  $f'$

et  $f' + \delta$ . Cette distance  $\delta$  est appelée tirage de l'appareil photographique. En terme de photographie, régler la mise au point de l'appareil revient à régler cette distance  $d$ , bien que dans un véritable objectif, la mise au point se fasse par déplacement d'un jeu de lentilles.

## b) Profondeur de champ

Prendre une photo nette d'un objet situé à une certaine distance de l'appareil exige de réaliser la **mise au point** de l'objectif. Dans le modèle précédent, cette opération revient à jouer sur la distance  $d$  entre le capteur et la lentille de l'objectif de sorte que l'image de l'objet soit située sur le capteur. Néanmoins, la mise au point permet d'obtenir la netteté pas seulement sur un seul plan de front mais pour tout plan de front se trouvant dans une zone de l'espace de profondeur  $p$  appelée **profondeur de champ**.

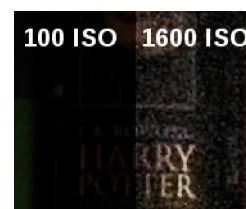
\* L'existence d'une profondeur de champ est due au fait que les pixels ne sont pas ponctuels, mais ont une certaine extension spatiale appelée grain  $g$ . Tant que l'image d'un point objet  $A_1$  sur un pixel est d'une taille inférieure au grain (et si l'exposition est suffisante), le pixel n'est pas en mesure de la distinguer d'une image ponctuelle. Ainsi, le plan de front dans lequel se trouve le point objet  $A_1$  apparaîtra net sur la photo. Cette explication est illustrée sur la figure ci-dessous.



## c) Influence des paramètres

Outre la mise au point, plusieurs paramètres peuvent être modifiés sur un appareil photographique :

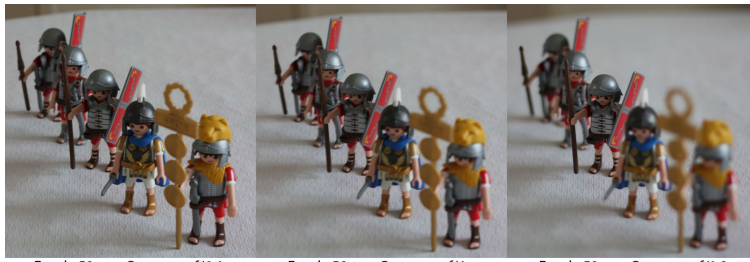
- Le **temps de pose**  $\tau$ , appelé aussi durée d'exposition ou vitesse d'obturation, est le temps durant lequel l'obturateur du diaphragme est ouvert et laisse passer la lumière. C'est donc la durée pendant laquelle le capteur va recevoir de la lumière. En photographie, ce temps s'exprime généralement en secondes ou fractions de secondes. Les deux figures qui suivent permettent de comprendre l'influence du temps de pose sur une photographie.
- la **sensibilité ISO** mesure la sensibilité à la lumière des capteurs numériques, c'est-à-dire l'amplitude du signal que ceux-ci délivrent pour une quantité de lumière reçue fixée. Plus le capteur est sensible, plus le signal qu'il délivre est grand alors même qu'il reçoit peu de lumière. Un capteur très sensible permet donc de prendre une photo avec des détails dans un contexte sombre, mais sature et donne une photo surexposée dans un contexte plus lumineux.
- l'**ouverture du diaphragme**  $D$  est exprimée à l'aide du nombre d'ouverture de l'objectif  $N$ , défini comme le rapport entre la focale et l'ouverture de l'appareil photo,  $N = \frac{f'}{D}$  soit  $D = f'/N$ . À focale fixée, le diaphragme est d'autant plus fermé que le nombre d'ouverture est grand. Les nombres d'ouverture utilisés couramment sont répertoriés dans le tableau ci-dessous.



N	1	1.4	2	2.8	4	5.6	8	11	16	22	32
---	---	-----	---	-----	---	-----	---	----	----	----	----

Pour passer d'une valeur de  $N$  à celle qui lui est supérieure, on multiplie sa valeur par  $\sqrt{2}$ . Ainsi, lorsqu'on double le temps d'exposition, il faut augmenter  $N$  d'un cran pour retrouver les mêmes conditions d'exposition. L'indication qui s'affiche sur l'écran de l'appareil photo est généralement de la forme  $f/N$ ,  $f$  signifiant « focale ».

L'ouverture a une incidence sur la profondeur de champ, comme illustré ci-dessous :



- \* Plus l'ouverture est grande, plus le diaphragme est fermé, et plus la profondeur de champ sera grande. Cela est cohérent avec l'application des conditions de Gauss (on sélectionne davantage les rayons proches de l'axe optique), mais également avec le schéma de la partie précédente.

## 4.1 Champ d'un miroir

Une personne de hauteur  $H$  se regarde dans un miroir plan vertical ; ses yeux se trouvent à une distance  $h$  du sol. Quelle doit être la hauteur  $D$  du miroir et à quelle distance  $d$  du sol faut-il le placer pour que la personne puisse se voir entièrement dans le miroir ? On s'aidera d'un schéma.

## 4.2 Identification de lentille

Un objet réel est situé à une distance  $d = 10$  cm d'une lentille qui en donne une image virtuelle située à une distance  $d' = 4,0$  cm de celle-ci.

1. Déterminer par construction la nature de la lentille et sa vergence.
2. Retrouver ces résultats par le calcul.

## 4.3 Principe de la loupe

Un œil emmétrope (exempt de défauts) observe un objet à travers une lentille de vergence  $V = 12,5 \delta$

1. Pour un objet AB situé devant la lentille ( $A$  étant sur l'axe optique) entre le foyer  $F$  et le centre optique, où se situe l'image ? Est-elle droite ou renversée ?
2. L'œil étant placé au voisinage du foyer image  $F'$ , sous quel angle  $\alpha'$  est vu le bord de l'image par la lentille de l'objet de rayon  $R$  ? Cet angle dépend-il de la position de l'objet sur l'intervalle  $[F, O]$  ?
3. En considérant un œil sain, déterminer l'ensemble des positions de  $A$  de manière à ce que l'image de l'objet soit visible après accommodation ? À quelle situation correspond la position de l'objet au foyer  $F$  ?
4. Rappeler l'ordre de grandeur de la limite de résolution angulaire de l'œil humain, et en déduire la dimension des plus petits détails de l'objet discernables à l'aide de la loupe. On pourra utiliser l'approximation  $\tan \theta \simeq \theta$  pour  $\theta \ll 1$  rad

## 4.4 Méthode d'autocollimation

On dispose de deux lentilles  $L_1$  et  $L_2$  dont les caractéristiques sont inconnues, et d'un miroir plan  $M$ .

1. L'image par la lentille  $L_1$  du soleil donne une image nette dans un plan situé à 10 cm du plan de la lentille. Caractériser  $L_1$ .
2. Les objets observés à travers  $L_2$  apparaissent droits et rétrécis. Quelle est la nature de cette lentille ?
3. Montrer que l'association obtenue en accolant  $L_1$  et  $L_2$  est équivalente à une lentille unique. À travers cette association, l'image du soleil se forme à 20 cm du doublet de lentille. Caractériser  $L_2$ .
4. Quelle relation de conjugaison entre un point objet  $A$  et son image  $A'$  peut-on écrire lors de l'utilisation d'un miroir plan ? On introduira le point  $H$  projeté orthogonal du point  $A$  sur le plan du miroir.
5. Déterminer la relation de conjugaison du système constitué du miroir  $M$  accolé à une lentille de distance focale image  $f'$  ?
6. Où doit-on placer un objet pour que son image par l'association précédente se forme dans le plan de l'objet ? Que vaut alors le grandissement ? Dessiner la construction correspondante.

## 4.5 Rétroprojecteur

On constitue un rétroprojecteur à l'aide d'une lentille convergente  $L$ , de distance focale  $f' = 30$  cm, horizontale, et d'un miroir plan incliné à  $45^\circ$  et dont le centre est placé à 15 cm de  $L$ . Le centre optique de  $L$  se trouve à  $D = 3$  m d'un écran vertical.

1. Réaliser un schéma (pas forcément à l'échelle) en dessinant un écran vertical.
2. À partir de la position de l'image finale sur l'écran, déterminer la position de l'image intermédiaire puis celle de l'objet, graphiquement.
3. En déduire la distance  $d$  avant  $L$  à laquelle on doit placer la feuille à projeter pour obtenir une image nette à l'écran.

4. Calculer le grandissement obtenu.

#### 4.6 Étude d'un viseur

Un instrument d'optique est constitué d'un objectif (lentille  $L_1$  de centre optique  $O_1$ ) et d'un oculaire ( $L_2$  de centre  $O_2$ ), de vergences respectives  $V_1 = 20 \delta$  et  $V_2 = 80 \delta$ . On désire observer l'image d'un objet  $AB$  situé devant l'instrument à distance finie  $D = \overline{AO_1} = 8 \text{ cm}$ . On note  $P$  le plan où se situe l'objet  $AB$  et  $P'$  le plan conjugué de  $P$  par l'objectif. On place dans  $P'$  un réticule, composé de deux axes orthogonaux portant une échelle graduée.

1. On désire qu'un observateur disposant d'une vision normale n'accommode pas lorsqu'il observe l'objet. Comment doit-on choisir la distance  $\ell = O_1O_2$  ?
2. Quel est, en fonction de  $AB$ , l'angle  $\alpha'$  sous lequel est vue l'image ? En déduire l'expression de la puissance du viseur définie par  $P = \frac{\alpha'}{AB}$
3. Comparer  $\alpha'$  à l'angle  $\theta$  sous lequel serait vu l'objet depuis une distance égale à 25 cm. Commenter le rôle du viseur.
4. Le concepteur du viseur souhaite qu'un observateur présentant un défaut d'accommodation (myopie ou hypermétropie) puisse observer l'image sans déplacer l'instrument par rapport à l'objet (distance frontale  $D$  constante). Quel réglage de l'oculaire peut-il offrir ? Comment doit procéder l'observateur pour adapter l'instrument à sa vue ?

#### 4.7 Lunette de Galilée

La lunette de Galilée est un système optique dit afocal (permettant d'obtenir d'un objet à l'infini une image à l'infini) composé d'une lentille  $L_1$  convergente de distance focale  $f'_1 = 1,00 \text{ m}$  (objectif) et d'une lentille  $L_2$  divergente de distance focale  $f'_2 = -20 \text{ mm}$  (oculaire).

1. Quel est l'intérêt que l'image finale soit renvoyée à l'infini ? Quelle doit ainsi être la position relative des deux lentilles ?
2. Construire le schéma de la lunette. On y fera apparaître l'image intermédiaire  $A_1B_1$  ainsi que les angles  $\alpha$  et  $\alpha'$  par lesquels est vu l'objet à l'œil nu et par la lunette.
3. Définir le grossissement et exprimer celui de la lunette de Galilée en fonction de  $f'_1$  et  $f'_2$ . Estimer la valeur plausible de ce grossissement.
4. On observe la lune à travers cette lunette. Quelle distance minimale  $d$  doit séparer deux points de la lune pour que l'œil puisse les distinguer quand il les regarde à travers cette lunette ? On donne  $D = 380000 \text{ km}$  pour la distance Terre-Lune.

#### 4.8 Lunette astronomique ★

Une lunette astronomique est un système modélisable par deux lentilles convergentes de même axe optique.

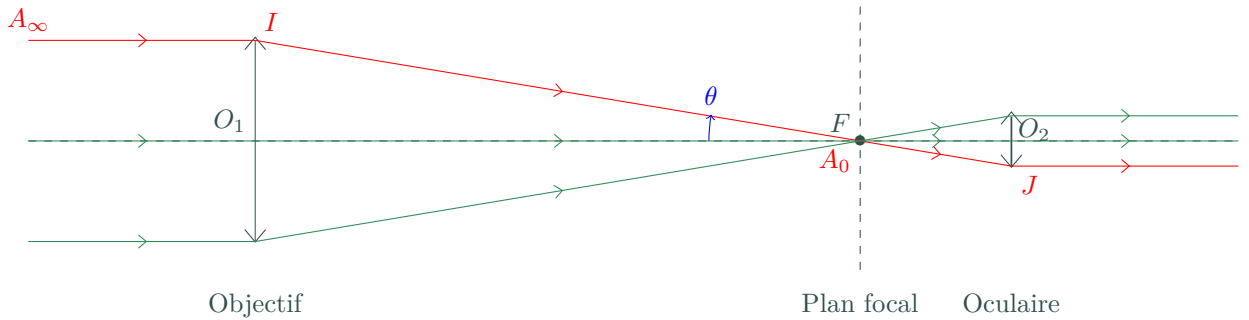
1. Définir le grossissement angulaire du système et en établir une expression simple.
2. Montrer que le rayon de la lentille jouant le rôle d'oculaire doit vérifier une condition à préciser pour que tous les rayons entrant par l'objectif ressortent par l'oculaire.
3. Montrer que tous les rayons entrant par l'objectif passent par un disque en sortie du système qu'on appelle pupille de sortie. La localiser et donner son rayon. Pourquoi a-t-on intérêt à placer son œil à la pupille de sortie ?
4. Montrer qu'il existe un angle limite d'entrée tel que au-delà l'objet (la Lune par exemple) n'est plus visible dans son intégralité en sortie du système. Donner son expression en fonction du grossissement angulaire.
5. L'image obtenue par le système est renversée, ce qui peut être gênant. Peut-on résoudre le problème en ajoutant une troisième lentille convergente entre les deux précédentes ? Le grossissement angulaire est-il alors modifié ?

---

1. Cf. cours.  $G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f'_1}{f'_2}$  avec  $f'_1$  la distance focale de l'objectif et  $f'_2$  celle de l'oculaire.

2. Pour simplifier les calculs, on se place en incidence normale. Les angles étant petits, se placer en incidence quelconque ne changera pratiquement pas la condition que nous obtenons. Notons  $R_{ob}$  le rayon de l'objectif et  $R_{oc}$  celui de l'oculaire. Pour que tous les rayons issus de l'objet et entrant par l'objectif passent par l'oculaire, il faut au moins que

le rayon le plus incliné dans la lunette relie le bord supérieur de l'objectif au bord inférieur de l'oculaire. Cela se traduit sur le schéma suivant :



et par un calcul de l'angle  $\theta$  :

$$\tan \theta = \frac{R_{ob}}{f_1'} = \frac{O_2J}{f_2'} \quad (4.17)$$

La condition que  $O_2J \leq R_{oc}$  se traduit alors par  $R_{oc} \geq \frac{R_{ob}}{|G|}$ .

3. Un rayon entrant dans le système passe (évidemment !) au travers de l'objectif. Par conséquent, on peut le traiter comme s'il provenait d'un point de l'objectif que l'on considère comme un objet au sens optique du terme dont l'oculaire forme l'image. La propriété de stigmatisme implique que le rayon en question passe nécessairement par un point de l'image de l'objectif par l'oculaire. Comme l'objectif est circulaire, il s'agit d'un disque, appelé pupille de sortie ou cercle oculaire. Pour construire cette pupille de sortie, on prend comme objets les extrémités haute et basse de  $L_1$ . On obtient leur image en traçant par exemple le rayon passant par  $O$  et celui incident passant par  $F_2$  et ressortant parallèle à l'axe optique :

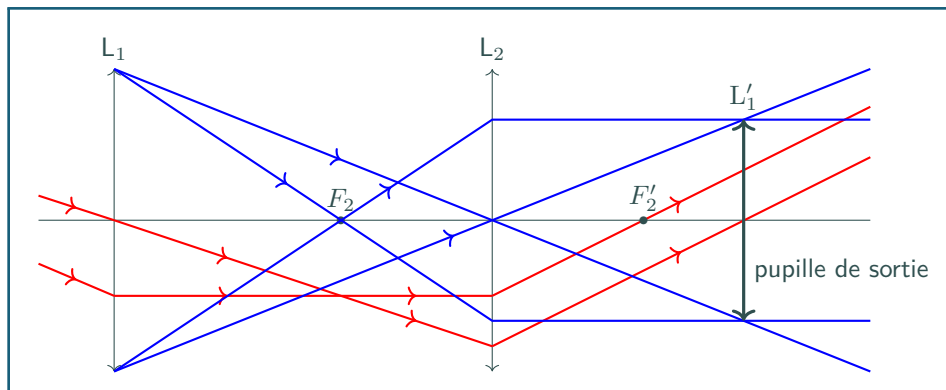


Figure 4.9 – Construction de la pupille de sortie pour une lunette astronomique

On a intérêt à placer son œil à cet endroit de sorte à capter le maximum de lumière.

On applique la relation de conjugaison à la lentille  $L_2$  avec  $L_1$  pour objet et  $L_1'$  pour image :

$$\frac{1}{O_2O_1'} - \frac{1}{O_2O_1} = \frac{1}{f_2'} \quad (4.18)$$

On en déduit :

$$\overline{O_2O_1'} = \frac{1}{\frac{1}{f_2'} + \frac{1}{O_2O_1}} = \frac{f_2'(f_1' + f_2')}{f_1'} = \frac{f_1' + f_2'}{|G|} \quad (4.19)$$

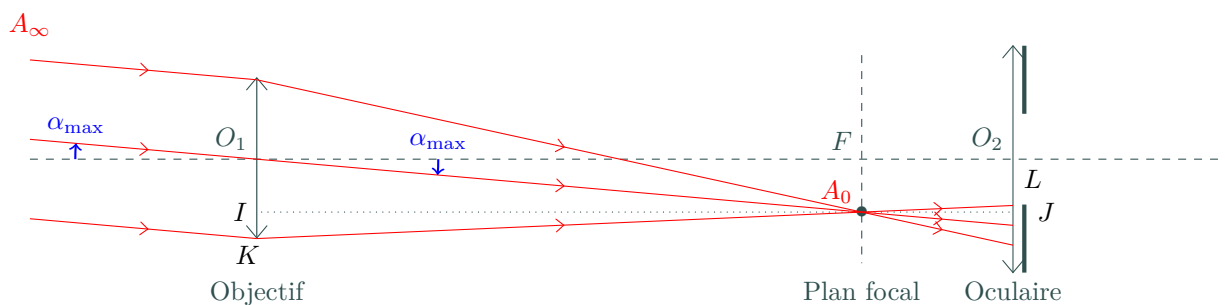
car pour une lunette astronomique,  $\overline{O_1O_2} = f_1' + f_2'$ . NB : la pupille de sortie est quasiment située dans le plan focal image de  $L_2$ , car  $f_1' \gg f_2'$  donc  $\overline{O_2O_1'} \simeq f_2'$ .

On utilise enfin la formule du grandissement :

$$\frac{R_{pup}}{R_{ob}} = \frac{O_2O_1'}{O_2O_1} = \frac{f_2'}{f_1'} = \frac{1}{|G|} \Rightarrow R_{pup} = \frac{R_{ob}}{|G|} \quad (4.20)$$

Le rayon de la pupille de sortie est donc très petit devant celui de  $L_1$ . Afin d'observer l'image la plus lumineuse possible, le rayon de la pupille de sortie doit être inférieur ou égale à celui de la pupille soit  $R_{\text{pup}} \leq 2 \text{ mm}$ .

4. Considérons un objet à l'infini incliné d'un angle  $\alpha$  : on peut donc tracer des rayons parallèles entre eux, arrivant sur l'objectif. Ils créent un point  $A_0$  dans le plan focal image de l'objectif, les rayons traversant ensuite, ou non l'oculaire. Ci-dessous est alors représenté le cas limite où tous les rayons traversant l'objectif sont stoppés par l'oculaire (ou la monture de l'oculaire). On note  $O_1K = R_{\text{ob}}$  et  $O_2L = R_{\text{oc}}$ . En particulier, le rayon extrême passant par le bas de l'objectif puis par  $A_0$  vient rencontrer le bord inférieur de l'oculaire.



On utilise le théorème de Thalès dans  $IA_0K$  et  $A_0JL$  :

$$\frac{R_{\text{oc}} - A_0F}{R_{\text{ob}} - A_0F} = \frac{f_2'}{f_1'} = \frac{1}{|G|} \quad (4.21)$$

sachant que  $A_0F = f_1' \tan \alpha_{\text{max}} \simeq f_1' \alpha_{\text{max}}$ , il vient :  $\alpha_{\text{max}} f_1' \left(1 + \frac{1}{|G|}\right) = R_{\text{oc}} + \frac{R_{\text{ob}}}{|G|}$  d'où :

$$\alpha_{\text{max}} = \frac{R_{\text{oc}} + \frac{R_{\text{ob}}}{|G|}}{f_1' \left(1 + \frac{1}{G}\right)} \quad (4.22)$$

Si le grossissement est suffisamment grand, il vient plus simplement  $\alpha_{\text{max}} \simeq \frac{R_{\text{oc}}}{f_1'} = \frac{R_{\text{oc}}}{G f_2'}$ . Ainsi, à caractéristiques de l'oculaire fixées (rayon et focale), plus la lunette grossit, plus le champ est faible, ce qui est plutôt attendu.

5. En ajoutant une troisième lentille entre les deux autres, c'est tout à fait possible de renverser l'image. Cependant il faudra modifier la position relative de l'objectif et de l'oculaire. En effet, l'objectif donne une image dans son plan focal image ; via la lentille supplémentaire on peut créer une image réelle et renversée, cette dernière image devra alors être placée dans le plan focal objet de l'oculaire. Le grossissement est *a priori* modifié si le grossissement provoqué par la lentille ajoutée n'est pas de  $\gamma = -1$ . Cette dernière configuration est possible si la distance objet-centre de la lentille vaut  $2f'$ , l'image sera réelle, renversée, à distance  $2f'$  également. On ajoute donc à la taille globale du système la distance  $4f'$ .