–ICE1–

Le champ magnétique et son action

Questions de cours :

- Carte de champ magnétique, lignes de champ, quelques propriétés. Exemple du fil, de la spire de courant et de l'aimant droit.
- Citer le principe de Curie, expliquer ce qu'est une symétrie, une anti-symétrie et une invariance d'une distribution de courant, et donner les conséquences pour le champ magnétique dans chacun des cas.
- Champ magnétique : ordre de grandeur d'intensité du champ magnétique (terrestre, aimant, appareil d'IRM), décrire deux exemples de systèmes permettant la création de champ magnétique quasi-uniforme.
- Moment magnétique : définition, unité, ordre de grandeur pour un aimant, lignes de champ.
- Force de Laplace : expression linéique, origine, cas du rail de Laplace.
- Mouvement de rotation d'une spire rectangulaire : explications qualitative, expression du couple à l'aide du moment magnétique.

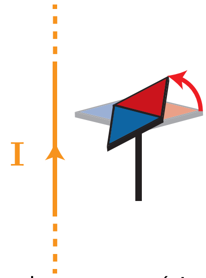
Capacités exigibles du BO :

- Exploiter une représentation graphique d'un champ vectoriel, identifier les zones de champ uniforme, de champ faible, et l'emplacement des sources.
- Tracer l'allure des cartes de champs magnétiques pour un aimant droit, une spire circulaire et une bobine longue.
- Décrire un dispositif permettant de réaliser un champ magnétique quasi uniforme.
- Connaître des ordres de grandeur de champs magnétiques : au voisinage d'aimants, dans un appareil d'IRM, dans le cas du champ magnétique terrestre.
- Exploiter les propriétés de symétrie et d'invariance des sources pour prévoir des propriétés du champ créé.
- Évaluer l'ordre de grandeur d'un champ magnétique à partir d'expressions fournies.
- Définir le moment magnétique associé à une boucle de courant plane.
- Par analogie avec une boucle de courant, associer à un aimant un moment magnétique.
- Citer un ordre de grandeur du moment magnétique associé à un aimant usuel.
- Différencier le champ magnétique extérieur subi du champ magnétique propre créé par le courant filiforme.
- Établir et citer l'expression de la résultante des forces de Laplace dans le cas d'une barre conductrice placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire.
- Exprimer la puissance des forces de Laplace.
- Établir et exploiter l'expression du moment du couple subi en fonction du champ magnétique extérieur et du moment magnétique. Exprimer la puissance des actions mécaniques de Laplace.
- Mettre en oeuvre un dispositif expérimental pour étudier l'action d'un champ magnétique uniforme sur une boussole.
- Créer un champ magnétique tournant à l'aide de deux ou trois bobines et mettre en rotation une aiguille aimantée.

I. Création et observation d'un champ

I.1 Expérience d'Oersted

Parmi les expériences mettant en évidence un champ magnétique, on peut noter celle d'Oersted qui a observé l'influence du passage du courant électrique dans un fil : une boussole à proximité est déviée. Il a même effectué plusieurs constatations :



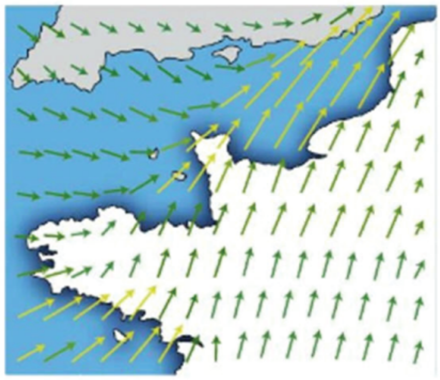
- plus le courant est fort, plus l'effet semble important ;
- il y a une complète invariance par rotation autour du fil ;
- l'effet s'estompe avec l'éloignement.

L'ensemble de ces observations est dû au fait que le passage d'un courant crée un champ magnétique tout autour du fil. Une première conclusion est que **l'observation d'un champ n'est possible qu'en constatant son effet** ; c'est d'ailleurs pareil pour la vitesse du vent ou le champ gravitationnel $\vec{g}(M,t)$!

I.2 Topographie du champ magnétique

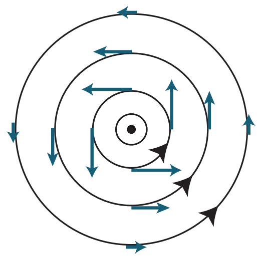
a) Carte de champ

Lorsqu'il s'agit d'un champ scalaire, on représente souvent les zones où la valeur du champ est constante (exemple : surfaces isobares ou isothermes d'une carte de météo, comme celle coloriée ci-dessous). Pour un champ vectoriel, on peut faire la même chose : en de multiples points de l'espace on représente un vecteur indiquant une certaine orientation et une certaine intensité.



b) Lignes de champ

On privilégie surtout la direction du champ à son intensité, on introduit alors les **lignes de champ** : ce sont les courbes qui sont en tout point tangentes aux vecteurs représentés précédemment. Pour le cas du fil, on peut noter qu'il s'agit de cercles concentriques, orientés dans le sens trigonométrique si le fil est dirigé vers l'extérieur de la feuille. Si on regarde à différents endroits du fil, on observe les mêmes lignes de champ, traduisant une **invariance par translation** le long du fil.



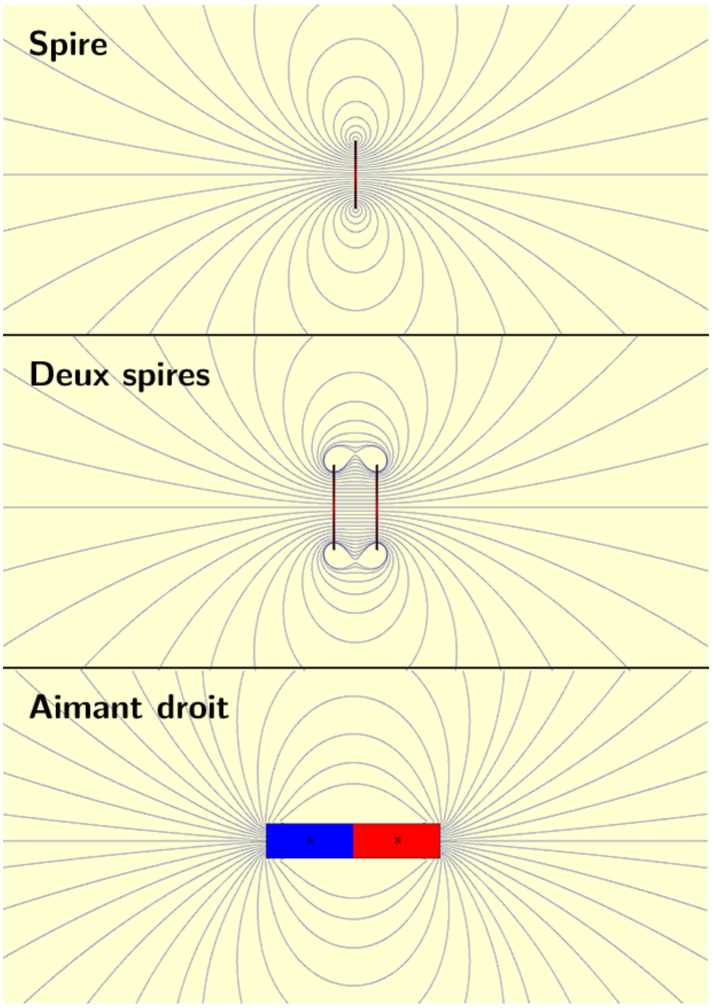
Quelques propriétés

- Les lignes de champ magnétique sont des **courbes orientées** qui enlacent les sources de courant, elles sont **généralement fermées** ;
- les lignes de champ ne peuvent jamais converger ou diverger vers un unique point, ni se couper ;
- l'orientation de ces lignes n'est pas arbitraire mais suit une **règle de la main droite** : si on met la main droite le long d'une ligne de courant orientée de la paume vers les bouts des doigts, le pouce donne le sens du courant ;
- si l'on se déplace le long d'une ligne de champ, l'**évolution de l'écartement de cette ligne avec les lignes de champ voisines est liée à l'évolution de la norme du champ magnétique** : la norme augmente si les lignes se resserrent, et inversement (attention, on ne peut pas vraiment comparer l'intensité du champ pour des points éloignés d'une même

carte de champ) ;

- si la source de champ magnétique présente une invariance par rotation autour d'un axe, il en est de même pour la carte de champ (de même pour une invariance par translation).

c) Exemples à connaître



I.3 Influence de la symétrie et des invariances

a) Principe de Curie

La plupart des phénomènes en physique vérifient un principe de symétrie énoncé initialement par Pierre Curie dans le cadre d'une étude des propriétés cristallographiques de cristaux piézoélectriques :

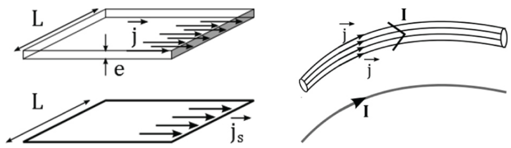
Principe de Curie

Dans notre cas, il faut donc étudier les symétries d'une distribution de courant, cause du champ magnétique : le champ magnétique vérifiera les mêmes propriétés de symétrie.

b) Différents types de distributions de courants

De manière générale, on utilise une distribution volumique de courant, caractérisée par la connaissance du vecteur densité volumique de courant $\vec{j}$. Néanmoins :

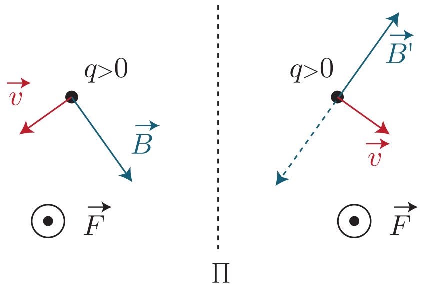
- si un conducteur possède une dimension très petite devant les deux autres, on peut utiliser une modélisation surfacique et introduire un vecteur densité de courant surfacique $\vec{j}_{\mathrm{s}}$, d'unité $\mathrm{A\,m^{-1}}$ différente de celle de $\vec{j}$;
- si un conducteur possède deux dimensions très petites devant la dernière, on utilise une modélisation linéique, où la connaissance du courant I traversant le conducteur suffit. I est ici constant.



Cette modélisation n'est alors valable que si l'observateur ne se place pas trop près du conducteur.

c) Le champ magnétique, un vecteur axial

Comparativement au champ électrique, le champ magnétique n'est pas un vecteur « classique », c'est-à-dire un vecteur polaire ou vrai vecteur. On dit que c'est un **vecteur axial** ou « pseudo-vecteur ». En effet, la force magnétique est une grandeur qui ne dépend pas du choix d'orientation de l'espace, mais comme le produit vectoriel dépend quant à lui de l'orientation choisie du sens direct, le vecteur $\vec{B}$ dépend de l'orientation de l'espace. La conséquence est qu'un tel vecteur change de sens lors d'une isométrie indirecte telle qu'une interversion de tous les axes ou une symétrie par rapport à un plan. Par contre pour une rotation, il se comporte de la même manière qu'un vecteur polaire.

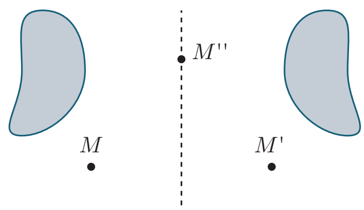


Par exemple considérons une particule chargée se déplaçant selon une direction sous l'action du champ magnétique. Si on trace la situation symétrique, pour pouvoir conserver la même force, il faut tracer l'opposé du symétrique $-S_\Pi(\vec{B})$ pour obtenir après produit vectoriel la même direction de force !

I.4 Symétries et conséquences

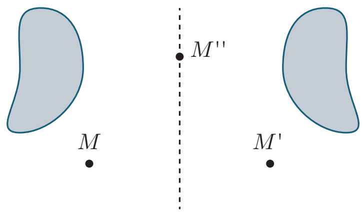
a) Plans de symétrie

Considérons un plan de symétrie d'une distribution de courant Π_{S} (noté également Π^+) :



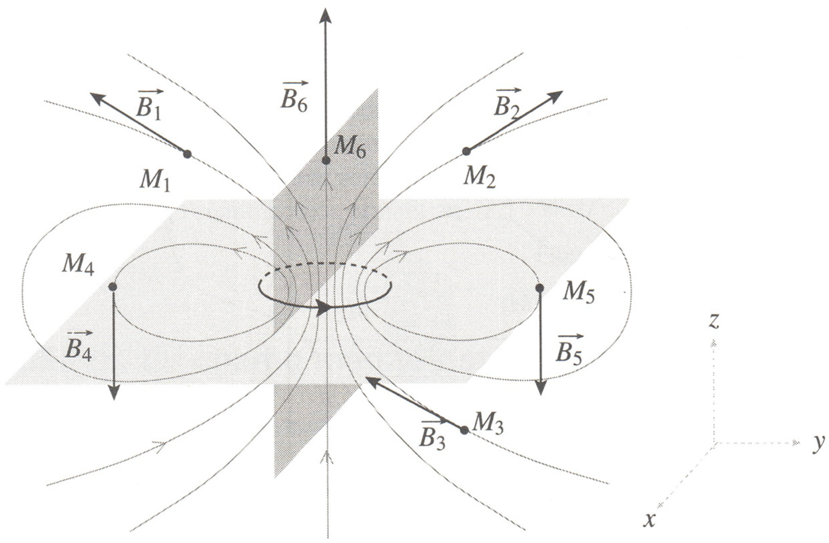
b) Plans d'antisymétrie

Un plan d'antisymétrie pour une distribution de courant Π_A (aussi noté Π^-) est un plan qui inverse le sens des courants de la distribution :



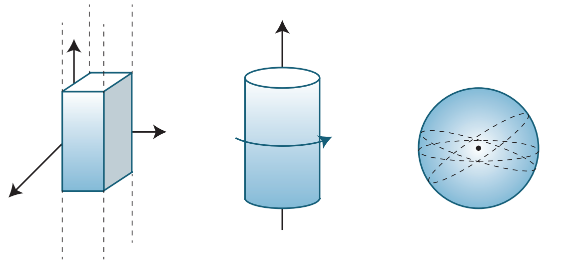
Exercice

Sur l'exemple ci-dessous, retrouver les propriétés de symétrie et antisymétrie :



I.5 Invariances et conséquences

Une invariance se caractérise par le fait que si on suit cette invariance, on n'a <u>aucun</u> changement sur la distribution de courant observée.



translation le long d'un axe — rotation le long d'un axe — rotation autour d'un point

Lorsqu'on étudie une distribution de courant, sa forme nous indique le choix de la base appropriée à l'étude. **Chaque invariance de la distribution se traduit alors par la disparition d'une variable pour le champ magnétique**.

Pour reprendre l'exemple qui précède, en se plaçant en coordonnées cylindriques, il y a invariance par rotation d'angle θ, donc on peut chercher un champ de la forme $\vec{B}(r,z)$ uniquement.

I.6 Intensité du champ magnétique

a) Ordres de grandeur

Le champ magnétique a une unité un peu compliquée : $\mathrm{N\,A^{-1}\,m^{-1}}$, on utilise plutôt le **tesla** en hommage au physicien du même nom qui a étudié de nombreux phénomènes magnétiques. Quelques ordres de grandeurs sont à connaître :

- un fil parcouru par un courant de 1 A éloigné de 1 cm : 10^{-5} T ;
- le champ magnétique terrestre : $\sim 3 \cdot 10^{-5}$ T (dépend du lieu) ;
- un aimant permanent à température usuelle : de 0,1 T à 1 T ;
- un aimant supraconducteur d'un appareil à IRM (refroidi à l'Hélium liquide) : plusieurs teslas !

b) Cas du solénoïde

Champ magnétique d'un solénoïde

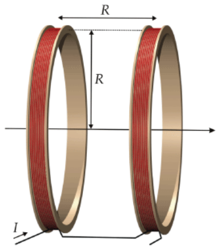
Exercice

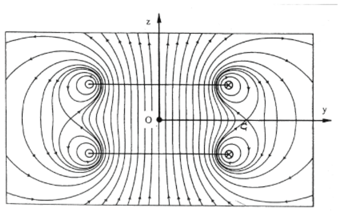
Calculer l'ordre de grandeur du champ magnétique produit par un solénoïde de 1000 spires, de longueur 10 cm parcouru par un courant de 1 A

c) Création de champ magnétique uniforme

Pour créer un champ magnétique uniforme on peut utiliser :

- une **bobine longue** ;
- l'**entrefer d'un aimant en U** ;
- **deux bobines plates placées en configuration dite de Helmholtz** : même intensité du courant, même sens du courant, et les deux bobines sont distantes de $D = R$ avec R le rayon de la bobine, comme illustré ci-dessous :





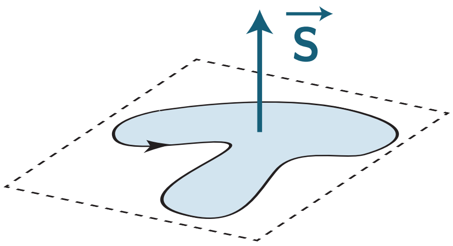
II. Notion de moment magnétique

On vient de voir que les lignes de champ sont relativement identiques pour une spire de courant, une bobine, et un aimant, à grande distance devant la taille caractéristique de l'objet. Comment peut-on les comparer plus quantitativement ?

II.1 Vecteur surface

À une surface fermée, plane, et dont **le contour est orienté**, on définit un vecteur surface $\overrightarrow{S}$ tel que :

- $\left\|\overrightarrow{S}\right\| = S$ est l'aire de la surface ;
- le vecteur est dirigé perpendiculairement à la surface ;
- le sens est donné par la règle de la main droite ;



II.2 Moment magnétique

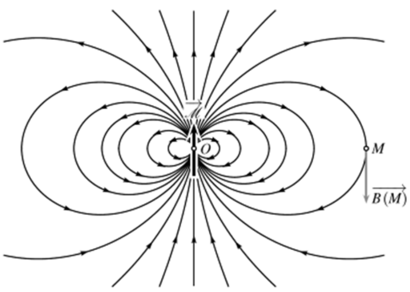
a) Spire de courant

Définition : moment magnétique

b) Analogie avec un aimant

On peut étendre la notion de moment magnétique à des aimants, même si ces derniers ne sont pas véritablement parcourus par des courant. Le vecteur moment magnétique est **orienté du pôle sud vers le pôle nord**. L'ordre de grandeur est d'environ $10\,\mathrm{A\,m^2}$ pour un petit aimant (à connaître), et $7{,}9 \cdot 10^{22}\,\mathrm{A\,m^2}$ pour la Terre (le pôle nord magnétique étant le pôle sud géographique, d'ailleurs...) !

c) Lignes de champ d'un moment magnétique



III. Action d'un champ magnétique

On peut constater sur l'expérience des rails de Laplace qu'un champ magnétique peut engendrer un mouvement, en contradiction avec le fait que la force de Lorentz magnétique ne travaille pas ! On en comprendra vraiment l'origine que lorsque l'on traitera des phénomènes d'induction.

III.1 Densité linéique de la force de Laplace

Densité linéique de la force de Laplace

Il faut bien différencier le champ magnétique extérieur subi au niveau du fil et le champ magnétique propre créé par le courant traversant le fil.

- pour calculer la contribution complète à un circuit, il suffit d'intégrer :

$$\overrightarrow{F_L} = \int_{(C)} I\mathrm{d}\overrightarrow{\ell} \wedge \overrightarrow{B}$$

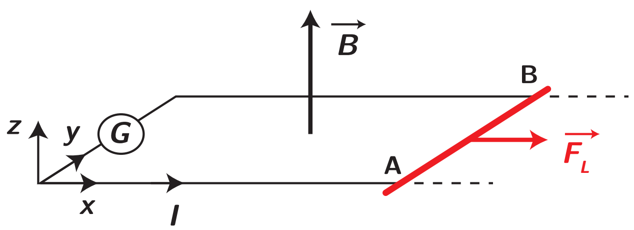
- cette force de Laplace est **liée originellement à la force de Lorentz subie par les électrons**. En effet, la force de Laplace élémentaire correspond à la force de Lorentz pour la charge $\mathrm{d}q = i\mathrm{d}t$ circulant pendant $\mathrm{d}t$ dans le conducteur de longueur $\mathrm{d}\overrightarrow{\ell} = \overrightarrow{v}\mathrm{d}t$

$$\mathrm{d}\overrightarrow{F}_{\mathrm{lor}} = \mathrm{d}q\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B} = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B} = i\mathrm{d}\overrightarrow{\ell} \wedge \overrightarrow{B}$$

Voyons sur plusieurs exemples les mouvements que l'on peut provoquer.

III.2 Mouvement de translation : exemple des rails de Laplace

a) Force de Laplace subie par une tige en translation



Les autres portions du circuit subissent également une force de Laplace, mais cette portion est fixée, et le support exerce ainsi une force de même norme et de sens opposé pour compenser.

b) Puissance des forces de Laplace

Exercice

Calculer la puissance développée par cette force. Commenter.

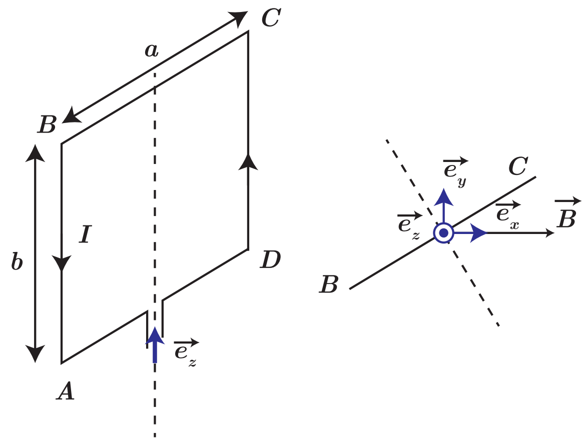
III.3 Mouvement de rotation

a) Cas d'une spire rectangulaire

Considérons le cas un peu plus complexe où un cadre métallique est libre de tourner autour d'un axe. Il est parcouru par un courant I constant et est soumis à un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\vec{e_x}$, orthogonal à l'axe de rotation. Pour chaque portion droite du cadre est associée une force de Laplace, comme dans le paragraphe précédent.

Exercice

Sur le schéma qui suit, représenter le sens des forces de Laplace.



Vue en perspective   Vue de dessus

Cependant on constate que les forces $\vec{F}_{AB}$ et $\vec{F}_{CD}$ forment un **couple** qui va permettre la rotation de la spire autour de l'axe $\vec{e_z}$ jusqu'à ce que cette dernière ait son vecteur surface $\vec{S}$ (orienté dans le même sens que I par convention) aligné avec $\vec{B}$:

On rappelle que pour un couple de force d'intensité F et dont les droites d'actions sont distantes de d, la norme du couple vaut $\Gamma = Fd$.

Exercice

En exprimant le moment magnétique de la spire, vérifier que le moment du couple s'exprime simplement par $\vec{\Gamma_L} = \vec{m} \wedge \vec{B}$.

b) Puissance des actions de Laplace

En notant $\omega = \dot{\alpha}$ la vitesse angulaire, la puissance associée à ce couple vaut

$$P_L = \Gamma_L \omega = MB \sin \alpha \dot{\alpha} > 0 \tag{1.4}$$

On retrouve là encore un effet "moteur". Néanmoins on ne peut pas faire plus d'un demi-tour, sauf si on change le sens du courant : cela sera étudié au chapitre ICE3 pour le moteur à courant continu.

c) Action d'un champ sur un moment magnétique

Moment de force associé à un moment magnétique

De manière générale, un moment magnétique $\vec{m}$ soumis à un champ magnétique $\vec{B}$ subit un moment de force (couple) d'expression :

$$\boxed{\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}} \tag{1.5}$$

Ce moment de force a pour influence d'aligner $\vec{m}$ dans le sens du champ magnétique $\vec{B}$.

Remarquons que deux positions annulent ce couple, lorsque $\vec{m}$ et $\vec{B}$ sont parallèles ou opposés : seule la position parallèle est une position stable. En effet, on peut montrer que l'énergie potentielle associée à ce couple se met sous la forme

$$E_p = -\vec{m} \cdot \vec{B} \tag{1.6}$$

minimale si les deux vecteurs sont parallèles. Cela correspond à une position d'équilibre stable.

Exercice

Préciser le sens du moment magnétique d'une boussole lorsqu'elle indique le Nord.

d) Vers l'obtention de moteurs

On peut se servir du fait qu'un moment magnétique cherche à s'aligner avec le champ magnétique pour créer des moteurs : si ce dernier admet une orientation changeante, il sera possible d'effectuer des mouvements de rotation.

Exercices

1.1 Champ créé par une bobine longue

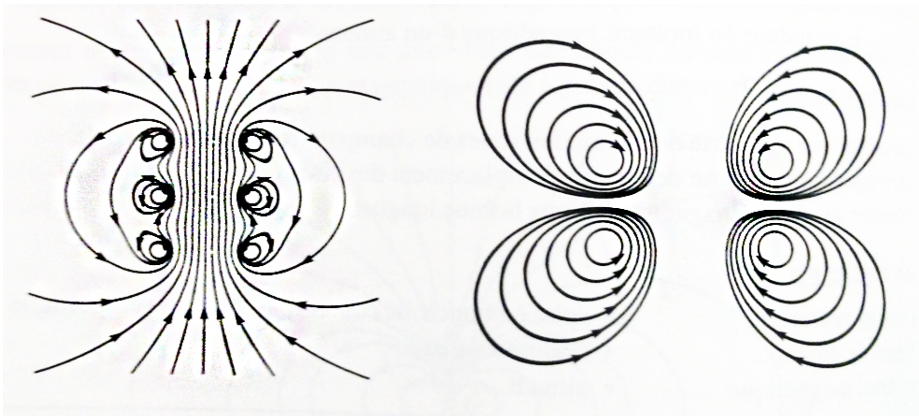
On considère une bobine de longueur $L = 60\,\text{cm}$, de rayon $R = 4\,\text{cm}$, parcouru par un courant d'intensité $I = 0{,}6\,\text{A}$.

1. La formule du champ magnétique dans un solénoïde est-elle valable ?
2. On souhaite obtenir un champ de 1 mT. Déterminer le nombre de couches de bobinages si un fil de cuivre isolé a une épaisseur de $e = 1{,}5\,\text{mm}$.

- 2) Exprimer littéralement le champ magnétique en fonction du nombre N de couches de bobinage.

1.2 Carte de champ

Dans les cartes de champ magnétique suivantes, où le champ est-il le plus intense ? Où sont placées les sources ? Préciser le sens du courant. Dans la figure de droite, représenter l'allure des lignes de champ si on inverse le courant pour l'une des sources. Évoquer les plans de symétrie et anti-symétrie éventuels.



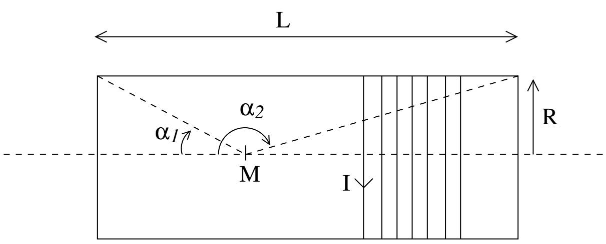
1.3 Solénoïde réel

Un solénoïde d'axe Oz, de longueur $L = 0{,}5\,\text{m}$ et possédant des spire jointives de diamètre de $d = 5{,}0\,\text{cm}$ comporte $N = 1200$ spires. Chaque spire est parcourue par un courant d'intensité $I = 3{,}60\,\text{A}$.

On admet que le champ magnétique $\vec{B}(M)$ crée par le solénoïde en tout point M de l'axe s'écrit :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N I}{2L}[\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2]\vec{e_z}$$

.



1. Montrer que cette formule permet de retrouver le champ crée sur l'axe à l'intérieur d'un solénoïde infini.
2. Déterminer et évaluer numériquement la norme du champ magnétique **au milieu** du solénoïde (en le point équidistant des deux extrémités).

   (a) En supposant le solénoïde infini.

(b) En supposant que le solénoïde n'est pas infini.

Quantifier et commenter la différence entre les deux cas.

3. Tracer à l'aide de Python le graphe de $B(z)$ pour ce solénoïde. On fera bien apparaître les effets de bord sur le graphique obtenu

- 3) On pourra par exemple augmenter la longueur du bobinage pour observer les zones de champ constant et les zones où B varie fortement.

1.4 Rails de Laplace en pente

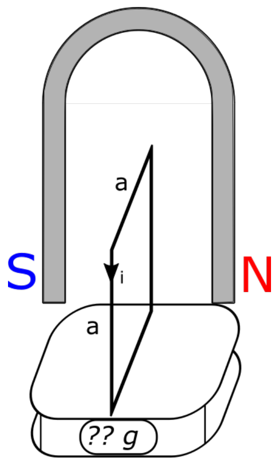
On reprend la situation des rails de Laplace, mais au lieu d'être horizontaux, ils font un angle $\alpha = 10°$ avec l'horizontale. Le champ magnétique est constant et uniforme, vertical, dirigé vers le haut. On prendra pour les applications numériques $B = 150\,\text{mT}$, $m = 8{,}0\,\text{g}$ et $\ell = 12\,\text{cm}$ respectivement le champ magnétique uniforme que subit la tige, sa masse et sa longueur. On négligera les frottements.

1. Faire un schéma du montage en précisant le sens du courant pour que la force permette au barreau mobile de monter le long des rails.
2. Calculer la valeur de i pour que le barreau monte à vitesse constante (on imagine qu'on lui donne une petite impulsion).
3. Calculer la puissance des forces de Laplace sur le barreau s'il met 0,5 s pour augmenter son altitude de 10 cm.

- 1) Bien orienter avec le produit vectoriel de sorte que $i\overrightarrow{d\ell} \wedge \overrightarrow{B}$ soit orienté vers la droite.
- 2) Si la vitesse est constante, que dire des forces ?
- 3) Faites éventuellement le lien avec la puissance du poids.

1.5 Spire sur une balance

On considère le schéma de la figure ci-dessous. Une petite spire carrée de côté $a = 5\,\text{cm}$ est posée sur une balance. Elle est parcourue par un courant d'intensité $I = 2{,}5\,\text{A}$. On note B_0 le champ magnétique, supposé uniforme entre les pôles, créé par l'aimant, de valeur 200 mT. La spire possède une masse notée $m = 50\,\text{g}$. On suppose d'abord que le champ magnétique ne s'applique qu'au coté supérieur et à une partie des côtés latéraux de la spire, pas au côté inférieur. Les lignes de champ magnétiques sont orthogonale à la spire en tout point de la spire.



1. Reproduire le schéma et représenter qualitativement les forces de Laplace subies par chaque côté de la spire.
2. Déterminer l'expression littérale (en fonction des paramètres) la valeur de la masse indiquée par la balance.
3. Reprendre la question si le courant change de sens.
4. Que se passerait-il si l'intégralité de la spire était plongée dans un champ magnétique uniforme ?

- 2) La balance quantifie la réaction du support de son plateau. Donc rigoureusement il faut exprimer la norme de cette réaction du solide sur le plateau en fonction du poids et de la force de Laplace.

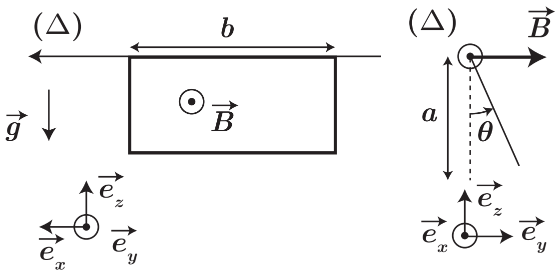
1.6 Aimant en équilibre

Considérons la situation où un aimant très fin, de moment magnétique $\vec{m}$ et de masse M, est posé à l'horizontale dans le plan (xOy), en équilibre sur une pointe (d'axe (Oz)) en O tel que $d = OG$ (G étant le centre de gravité de l'aimant). Il est soumis à un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{e_z}$ de direction opposée au champ gravitationnel terrestre $\vec{g} = -g\vec{e_z}$. Que doit valoir d pour que l'aimant reste en équilibre horizontal ?

1.7 Action mécanique sur un cadre

Considérons un cadre rectangulaire (largeur a et hauteur b) conducteur pouvant tournant autour d'un d'axe horizontal $(\Delta) = (O, \vec{e_x})$. De masse m, son moment d'inertie par rapport à l'axe est noté J. On impose un courant

I constant dans le cadre tournant dans le sens horaire autour de $\overrightarrow{e_y}$, et un champ magnétique $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{e_y}$, homogène et stationnaire, de direction perpendiculaire à (Δ).



1. Effectuer un schéma en positionnant les forces de Laplace associées, ainsi que les couples attendus.

2. Déterminer les positions d'équilibre et leur stabilité, en fonction de la valeur de l'intensité I. On pourra utiliser une méthode énergétique.

3. On écarte légèrement le cadre de sa position d'équilibre. Quelle est la pulsation des petites oscillations alors observées ? On se placera dans le cas de l'approximation des petits angles.

4. Trouver la nouvelle position d'équilibre pour $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{e_z}$, le reste étant inchangé.

- 2) Soit le couple de Laplace va dans le sens de celui du poids, soit dans le sens opposé, suivant la valeur de I on pourra trouver $\theta = 0$ ou $\theta = \pi$ comme position d'équilibre. Pour la stabilité, justifier d'un minimum d'énergie potentielle est nécessaire. On trouve $E_p = \cos\theta\left(IabB - mg\frac{a}{2}\right) + \text{cste}$. Une autre option est la loi du moment cinétique et justifier d'une position stable en ayant une équation d'oscillateur harmonique.